

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

**Інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу**

До захисту допущено:
В.о.завідувача кафедри
_____ Оксана ТИМОЩУК
«__» _____ 20__ р.

Дипломна робота
на здобуття ступеня бакалавра
за освітньо-професійною програмою «Системний аналіз і управління»
спеціальності 124 «Системний аналіз»
на тему: «Вибір маршрутів у транспортних мережах. Ціноутворення на
дорогах»

Виконала:
студентка IV курсу, групи КА-63
Воловик Маріанна Ігорівна _____

Керівник:
доцент, к.т.н.
Барановська Леся Валеріївна _____

Консультант з економічного розділу:
доцент, к.т.н.
Шевчук Олена Анатоліївна _____

Консультант з нормконтролю:
доцент, к.т.н.
Коваленко Анатолій Єпіфанович _____

Рецензент:
доцент, к.т.н.
Харченко Костянтин Васильович _____

Засвідчую, що у цій дипломній роботі
немає запозичень з праць інших авторів
без відповідних посилань.
Студентка _____

Київ – 2020 року

**Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Інститут прикладного системного аналізу
Кафедра математичних методів системного аналізу**

Рівень вищої освіти – перший (бакалаврський)

Спеціальність – 124 «Системний аналіз»

Освітньо-професійна програма «Системний аналіз і управління»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ О.Л. Тимошук

«___» _____ 20__ р.

**ЗАВДАННЯ
на дипломну роботу студенту
Воловик Маріанна Ігорівна**

1. Тема роботи «Вибір маршрутів у транспортних мережах. Ціноутворення на дорогах», керівник роботи Барановська Леся Валеріївна, к.т.н., доцент, затверджені наказом по університету від «___» _____ 20__ р. № _____
2. Термін подання студентом роботи _____
3. Вихідні дані до роботи
4. Зміст роботи
5. Перелік ілюстративного матеріалу (із зазначенням плакатів, презентацій тощо)
6. Консультанти розділів роботи*

Розділ	Прізвище, ініціали та посада консультанта	Підпис, дата	
		завдання видав	завдання прийняв
Економічний	Шевчук О.А., доцент		

7. Дата видачі завдання _____

* Якщо визначені консультанти. Консультантом не може бути зазначено керівника дипломної роботи.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання дипломної роботи	Термін виконання етапів роботи	Примітка
1	Формулювання тематики (напрямку) дослідження.	03.09.2019 – 30.09.2019	Виконано
2	Аналіз актуальності задач стосовно тематики дослідження	01.10.2019 – 30.10.2019	Виконано
3	Аналіз відомих результатів стосовно тематики дослідження	01.11.2019 – 30.11.2019	Виконано
4	Формулювання задач дослідження	01.12.2019 – 30.12.2019	Виконано
5	Уточнення теми дипломної роботи	25.02.2019	Виконано
6	Збір статичних даних, попередній аналіз даних	01.03.2020 – 30.03.2020	Виконано
7	Розробка програмного продукту для виконання обчислювальних експериментів	01.03.2020 – 30.04.2020	Виконано
8	Виконання обчислювальних експериментів, аналіз та оформлення результатів	01.05.2020 – 20.05.2020	Виконано
9	Оформлення пояснювальної записки у цілому	21.05.2020 – 31.05.2020	Виконано
10	Підготовка презентації для захисту	28.05.2020 – 01.06.2020	Виконано
11	Попередній захист дипломної роботи	01.06.2020 – 03.06.2020	Виконано
12	Захист дипломної роботи	15.06.2020 – 18.06.2020	Виконано

Студент

М.І. Воловик

Керівник

Л.В. Барановська

РЕФЕРАТ

Дипломна робота: 102 с., 19 рис, 12 табл, 2 додатки і 15 джерел.

ВИБІР МАРШРУТІВ У ТРАНСПОРТНИХ МЕРЕЖАХ. ЦІНОУТВОРЕННЯ НА ДОРОГАХ

Мета роботи – дослідити парадокс Браєса в потоці трафіку, розробити алгоритм аналізу впливу додатково відбудованого маршрута в транспортній мережі та його можливість на оптимізацію трафіку на дорогах. Запропонувати варіант оптимізації фінансових транспортних витрат.

В ході виконання дипломної роботи було досліджено парадокс Браєса, на основі проведених ігор з участю 24 людей різного віку, фінансового стану, з та без водійських прав. Були проаналізовані відповіді і в ході експерименту виявлено парадокс Браєса.. А також запропоновано нову структуру ціноутворення на дорогах.

В даній роботі розглянуто важливість детального аналізу транспортних и комунікаційних мереж, та до чого можуть привести необдумані дії зі сторони влади.

ABSTRACT

Thesis: 102 p., 19 fig., 12 tab., 2 appendixes, 15 sources.

CHOICE OF ROUTES IN TRAFFIC NETWORKS. ROAD PRICING

The aim of the work is to investigate the Braess paradox phenomenon in the traffic flow, to develop an algorithm for analyzing the impact of an additional route in the transport network and its ability to optimize traffic on the roads, to offer an option for optimizing financial transportation costs.

During performance of diploma work paradox Braess has been investigated, on the basis of the spent games with participation of 24 persons of different age, a financial condition, with and without a driving license. The answers were analyzed and the paradox of Bryce was revealed during the experiment. And also proposed a new pricing structure for the roads.

This paper examines the importance of detailed analysis of transport and communication networks, and what might result from reckless action by the authorities.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ.....	8
ВСТУП	9
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ	10
1.1 Визначення «пробка»	10
1.2 Джерела виникнення пробок	10
1.3 Поняття рівноваги Неша-Вардропа	13
1.4 Неефективні дороги	14
1.5 Технології боротьби.....	17
1.6 Вплив автономних перевезень на автоперевезення	18
1.7 Вплив автономних перевезень на ціноутворення на дорогах .	19
1.8 Висновки з розділу 1	21
РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ВИКОРИСТОВУВАНИХ МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ	23
2.1 Парадокс Браєса	23
2.2 Узагальнення класичного парадоксу Браєса та супутніх парадоксів у транспорті	26
2.3 Спостереження в транспортних системах	31
2.4 Модель ринку транспорту та її ефективність	34
2.5 Існування та квазірезультати	40
2.6 Висновки до розділу 2	42
РОЗДІЛ 3 ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРИМЕНТУ ТА РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ	44
3.1 Умови експерименту «Парадокс Браєса».....	44
3.2 Процедура проведення експерименту	48
3.3 Головні особливості експерименту	49
3.4 Різниця між умовами ADD і DELETE	50
3.5 Тестування наслідків парадоксу Браєса	52

3.6	Аналіз вибору маршрутів	54
3.7	Аналіз виграшу в експерименті	57
3.8	Аналіз поведінки змінення маршруту	58
3.9	Індивідуальні відмінності	60
3.10	Модель структури витрат на перевезення як один із варіантів боротьби з пробками	61
3.11	Наслідки та обговорення	63
3.12	Висновки до розділу 3	65
РОЗДІЛ 4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ		67
4.1	Постановка задачі проектування	67
4.2.	Обґрунтування функцій програмного продукту	67
4.3.	Обґрунтування системи параметрів	69
4.4.	Аналіз варіантів реалізації функцій	72
4.5.	Економічний аналіз варіантів розробки програми	72
4.6	Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня	75
4.7	Висновки до розділу 3	75
ВИСНОВКИ ДО РОБОТИ		76
ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ.....		77
ДОДАТОК А ІНСТРУКЦІЯ ДО ІГОР.....		79
ДОДАТОК Б ІЛЮСТРАТИВНИЙ МАТЕРІАЛ		83

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ

ПБ – парадокс Браєса

ВСТУП

Згідно з індексом трафіку TomTom за 2019 рік, Київ разом з Одесою потрапили в топ-20 міст з найбільш завантаженим трафіком в світі [1]. За даними рейтингу, в минулому році середня завантаженість доріг у столиці становила 53%. Таким чином, рівень трафіку на дорогах столиці був значно нижче, ніж до початку карантину. Але якщо раніше затори були викликані в основному неогодою, то зараз виною всьому непередумані дії. Після ослаблення карантину, випуску малого бізнесу та незабезпечення транспортною системою – рівень трафіку в столиці став ще гіршим. В даній роботі розглянуто наскільки важливо детально до транспортних і комунікаційних мереж, та до чого приведуть необдумані дії зі сторони влади.

Транспортні і комунікаційні мережі забезпечують інфраструктуру для здійснення значної частини нашої соціально-економічної діяльності. Цілком природньо вважати, що збільшення пропускної спроможності існуючої мережі або додавання однієї або декількох нових граней до трафіку або комунікаційних мереж не призведе до погіршення і, швидше за все, підвищить ефективність. Проте Браєс [8] зруйнував цю глибоко вкорінену віру, продемонструвавши, що, як це не парадоксально, додавання сполучення, яке з'єднує два альтернативних маршрути паралельно, що проходять між загальним місцем відправлення і загальним пунктом призначення, може навпаки збільшити загальні витрати на проїзд всіх користувачів мережі. Дане явище отримало назву Парадокс Браєса.

Мета роботи – дослідити парадокс Браєса в потоці трафіку, розробити алгоритм аналізу впливу додатково відбудованого маршрута в транспортній мережі та його можливість на оптимізацію трафіку на дорогах.

РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ПРЕДМЕТНОЇ ОБЛАСТІ

1.1 Визначення «пробка»

Кожна людина в своєму житті стикалася з проблемою, що має назву «пробка». Але більшість людей не розуміють, чому вона виникає. Деякі сваряться на заборону швидко їздити, інші – на платні дороги. То перш за все необхідно визначитись з поняттями пробки.

Пробка (також називають дорожній затор) - стан на трасі, коли пропускна спроможність автомобільних шляхів або їх перетинів менша за необхідну. Вона несе за собою багато недоліків. Це і збільшення часу подорожі, більша втрата бензину, а й значить фінансів, та головне - збільшення аварійності [2].

У світі існує в світі «правило трьох секунд», що дуже популярне в США. Воно полягає в тому, щоб водій завжди притримував відстань між автомобілем попереду себе, яке б він зміг проїхати за 3 секунди. Дуже важливо цього правила слідувати в непогоду, коли можливість аварійної ситуації надто висока.

1.2 Джерела виникнення пробок

Продемонструємо один із випадків виникнення автомобільної пробки.

Нехай їде потік 1500 машин в годину, що прагнуть з пункту А доїхати до пункту Б. Дістатися до пункту Б можна двома дорогами. Перший шлях – швидкий, його можна подолати за 20 хвилин, але не більше 1000 машин в годину. Другий – довгий, час займає 40 хвилин, і також не більше 1000 машин в годину. Зрозуміло, що спочатку всі захочуть поїхати короткою дорогою, але

вона не зможе витримати такий потік машин і виникне пробка.

З часом в людей виникне думка, що швидше буде об'їхати довшою дорогою ніж стояти в пробці. Так частина машин звільнить першу дорогу. В той же час на другій також можна буде вільно їхати. Таким способом ми отримали рівновагу Неша, тобто будь-який вибір буде виграшний.

Розглянемо більш детально на іншому прикладі.

Міська транспортна мережа задається зваженим орієнтованим графом Γ (V, E, T) , або, кажучи простіше, дороги представлені ребрами графа, вони мають заданий напрямок (тому граф орієнтований), перехрестя - вершини графа, при цьому кожному ребру відповідає певний час, за який водій має витратити на проїзд. Цей час і є «вагою» ребра (тому граф зважений). V - вершини графа (безліч перехресть), (Рисунок 1.1), а вони позначені цифрами 1, 2, 3 і 4, а E - ребра графа (дороги), а дороги позначені буквами a, b, c і d. Кожній дорозі відповідає своя «вага», яка залежить від того, скільки людей використовує цю дорогу. Зрозуміло, що чим більше машин використовує якусь конкретну дорогу, то тим більше пробка і тим більше часу буде потрібно на проїзд. «Вага» дороги описує залежність часу на проїзд по ребру від того, скільки автомобілів його використовує. Позначимо функції ваг доріг через f_a , f_b , f_c і f_d для ребер a, b, c і d відповідно.

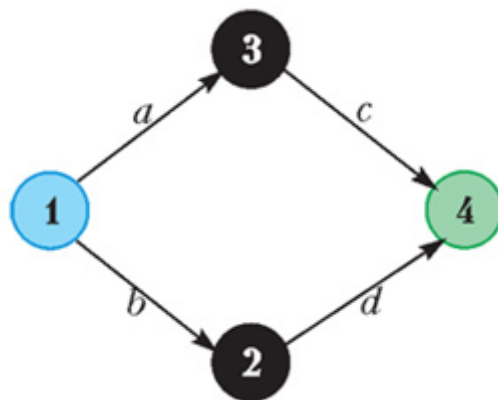


Рисунок 1.1 – Транспортний граф 1

У нашому модельному прикладі ми будемо вважати, що у всіх ребер функції ваг лінійні, зокрема, $f_a(t) = f_d(t) = 50 + t$, $f_b(t) = f_c(t) = 10t$. Тобто

запис $fd(t) = 50 + t$ слід розуміти приблизно так: якщо дорогу d використовують t водіїв в одиницю часу, то проїзд по ребру d займе $50 + t$ хвилин.

Нехай водії їдуть з вершини 1 у вершину 4, причому в одиницю часу з 1 в 4 направляється одне і те ж саме число водіїв. У нашому прикладі воно дорівнює 6. При цьому, як легко показати, з 1 в 4 можна потрапити по одному з двох маршрутів: 1-a-3-c-4 і 1-b-2-d-4. У нашому прикладі водій не буде витрачати час на проїзд через перехрестя. Тоді час у дорозі для маршрутів буде визначатися як сума ваг, що входять в маршрут ребер. Наприклад, для маршруту 1-a-3-c-4 час в дорозі складе $f_a + f_c$, а для маршруту 1-b-2-d-4 час в дорозі складе $f_b + f_d$. Позначимо через x транспортний потік на маршруті 1-a-3-c-4, а через y - транспортний потік на маршруті 1-b-2-d-4. Під транспортним потоком на маршруті мається на увазі кількість водіїв, які виїжджають з 1 до 4 по цьому маршруту в одиницю часу. При цьому, очевидно, $x + y = 6$.

Можна помітити, що для графа Рисунок 1.1,а потік на ребрах a і c дорівнює x , а потік по ребрах b і d дорівнює y . Відповідно, час у дорозі для маршруту 1-a-3-c-4 дорівнюватиме $f_a(x) + f_c(x)$, а для маршруту 1-b-2-d-4 час у дорозі дорівнюватиме $f_b(y) + f_d(y)$.

Водії, обираючи свій маршрут прямування, поведуться егоїстично. У нашому випадку це означає, що вони обирають маршрут з найменшими очікуваними витратами. Але чим більше водіїв обирають той чи інший маршрут, тим вище витрати на даному маршруті. З іншого боку, ми зафіксували загальне число машин, що виїжджають з вершини 1 у вершину 4 в одиницю часу, а значить, якщо якимось маршрутом стало користуватися більшу кількість автомобілістів, то є якийсь маршрут, який став використовуватися менше. Ймовірно, що на цьому другому маршруті витрати навпаки впадуть. Таким чином, перший, раніше привабливий, маршрут стає більш обтяжливим, а альтернативні маршрути при цьому стають більш привабливими. Це мотивує водіїв знову змінити свій маршрут. Але така це відбувається не завжди.

1.3 Поняття рівноваги Неша-Вардропа

Розглянемо поняття рівноваги Неша-Вардропа. Назвемо розподіл потоків по маршрутам рівноважним, якщо на всіх використаних маршрутах час проїзду однаковий і не перевищує часу в дорозі на невикористовуваних маршрутах.

Сенс цього твердження: рівноважний розподіл потоків по маршрутах - це коли водії так обирають свої маршрути, що нікому окремо не вигідно змінювати свій вибір. Якби, наприклад, для графа на рисунку 1.1, а реалізувалася рівновага і ми б розглянули довільного водія, котрий використовує маршрут 1-b-2-d-4, то ми могли б сказати, що цьому водієві не вигідно змінювати свій маршрут.

Для нашого прикладу знайти рівновагу дуже просто. Всього можливі три варіанти:

- 1) $x = 6, y = 0, f_a(6) + f_c(6) \leq f_b(0) + f_d(0);$
- 2) $x = 0, y = 6, f_a(0) + f_c(0) \geq f_b(6) + f_d(6);$
- 3) $x + y = 6, x > 0, y > 0, f_a(x) + f_c(x) = f_b(y) + f_d(y).$

Зауважимо, що в нашому випадку $f_a(t) + f_c(t) = 11t + 50 = f_b(t) + f_d(t)$. Звідси маємо $f_a(0) + f_c(0) = f_b(0) + f_d(0) = 50$ і $f_a(6) + f_c(6) = f_b(6) + f_d(6) = 116$. Отже, варіанти 1) і 2) відпадають. Для того щоб знайти рівноважний розподіл потоків, потрібно вирішити систему рівнянь 3):

$$\begin{cases} x + y = 6, \\ 11x + 50 = 11y + 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 3. \end{cases}$$

Легко довести, що отримане рішення задовольняє умовам рівноваги. Дійсно, час у дорозі на використовуваних маршрутах збігається і дорівнює $11 \cdot 3 + 50 = 83$, а невикористовуваних маршрутів просто немає.

Отже, техніка пошуку рівноваг наступна:

1. Всі маршрути діляться на використовувані і невикористовувані в рівновазі. Виходить величезна кількість варіантів розділень.
2. Обирається конкретний розподіл.
3. Шукається такий розподіл сумарного потоку по використовуваних маршрутах, щоб час у дорозі на всіх використовуваних маршрутах був однаковим. Якщо такого не існує, поділ «бракується». Якщо є, переходимо до наступного пункту.
4. Перевіряється, чи для всіх невикористовуваних маршрутів час у дорозі не нижче, ніж на використовуваних.

Якщо знайдений розподіл потоків по маршрутах задовольняє цим умовам, то він і є шуканим. Взагалі кажучи, рівноваг може бути кілька або навіть нескінченно багато. Зауважимо також, що на практиці, звичайно, застосовуються набагато ефективніші алгоритми пошуку рівноваг.

Описаний вище спосіб – найпримітивніший, його привели для наочності. Цей приклад ілюструє той факт, що в рівновазі жоден з водіїв не може виграти, змінивши свій маршрут. Тому, якщо система знаходиться в рівновазі, то вона в цій рівновазі і залишиться.

Приклад вище ілюструє той факт, що в рівновазі жоден з водіїв не може виграти, змінивши свій маршрут. Тому, якщо система знаходиться в рівновазі, то вона в цій рівновазі і залишиться.

1.4 Неефективні дороги

Німецький математик Дітхард Браєс увійшов в історію як автор найпростішого приклада, який демонструє, до чого призводить егоїстична

поведінка. Браєс розглянув найпростішу транспортну мережу, що з'єднує два непересічні маршрути: початковий і кінцевий пункти 1 і 4.

Раніше ми отримали, що $x = y = 3$, $f_a(3) + f_c(3) = f_b(3) + f_d(3) = 83$. Однак Браєс на цьому не зупинився і розглянув модифікацію первісної мережі, де побудована додаткова дорога, безпосередньо з'єднує проміжні пункти (Рисунок 1, б), яку назвали e . Дорога вийшла коротка, так що час проїзду по ній визначається формулою $f_e(t) = t + 10$.

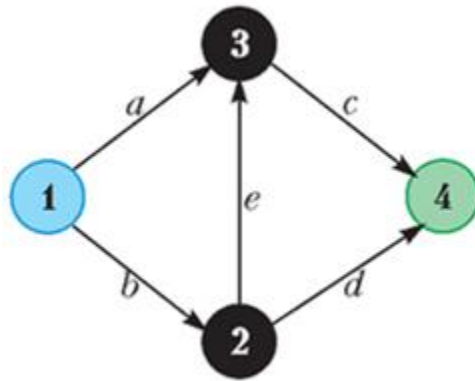


Рисунок 1.2 – Транспортний граф 2

Зауважимо, що у водіїв, які їдуть з 1 в 4, з'явився новий маршрут 1-b-2-e-3-c-4. Можна собі уявити, що в перший час, поки ця дорога ще мало кому відома, потік по ній дорівнює 0 і, отже, у того водія з нижнього маршруту, який першим звернув на неї, час проїзду складе $f_b(3) + f_e(0) + f_c(3) = 30 + 10 + 30 = 70$. Це явно менше 83 хвилин. Але що відбувається далі? За ним їдуть нові машини, водії яких, мабуть, провели ті ж самі розрахунки!. Отримуємо нову рівновагу. Діючи за нашою схемою, ми повинні визначити можливі поділу маршрутів на використовувані і невикористовувані. Всього буде 7 варіантів (рисунок 1.3).

1-a-3-c-4	1-b-2-d-4	1-b-2-e-3-c-4
+	0	0
0	+	0
0	0	+
+	+	0
+	0	+
0	+	+
+	+	+

Рисунок 1.3 – Варіанти маршрутів

Нехай відомо, що рівновага виходить у випадку, коли всі маршрути використовуються. Позначимо через z транспортний потік на новому маршруті 1-b-2-e-3-c-4. Вирішимо систему рівнянь, яка виходить з умови рівноваги:

$$\begin{cases} f_a(x) + f_c(x+z) = f_b(y+z) + f_d(y), \\ f_a(x) + f_c(x+z) = f_b(y+z) + f_c(x+z) + f_e(z), \\ x + y + z = 6. \end{cases}$$

У першому рівнянні ми написали, що часи проїзду в рівновазі для маршрутів 1-a-3-c-4 і 1-b-2-d-4 рівні. У другому рівнянні ми записали той же вимога для маршрутів 1-a-3-c-4 і 1-b-2-e-3-c-4.

Перетворимо систему, підставивши замість функцій їх значення:

$$\begin{cases} 50 + x + 10(x+z) = 10(y+z) + 50 + y, \\ 50 + x + 10(x+z) = 10(y+z) + 10(x+z) + 10 + z, \\ x + y + z = 6. \end{cases}$$

Вирішуючи систему, отримуємо $x = 2$, нові машини $y = 2$, нові машини $z = 2$, тобто у рівновазі сумарний потік розподілиться по маршрутам в рівних частках $x = y = z = 2$, а час у дорозі для всіх маршрутів складе $f_a(2) + f_c(4) = 50 + 2 + 40 = 92$. Що чудово з дослідницької точки зору, а з практичної – жахливо, так це те, що час у дорозі після додавання нового ребра

для всіх водіїв зріс. Це збільшення є наслідком того, що ми дозволили кожному водієві поводитися егоїстично, обираючи маршрут так, щоб нікому не було вигідно відхилитися від рівноваги.

1.5 Технології боротьби

Існує декілька технологій боротьби з пробками. Розглянемо декілька з них: автономне перевезення, карпулінг, плата за проїзд.

На рисунку 1.4 показано вплив між технологіями: автономне перевезення, карпулінг, плата за проїзд. Загальний прогрес в інформаційних технологіях робить карпулінг здійсненним, і приводить до кардинальних покращень у проїзді на дорозі та ціноутворенню на дорогах. Технологія автономного транспортування, у свою чергу, робить ще більш привабливим проїзд на дорогах. Технології проїзду нового покоління та ціноутворення на дорогах сильно доповнюють один одного і роблять один одного більш привабливим.

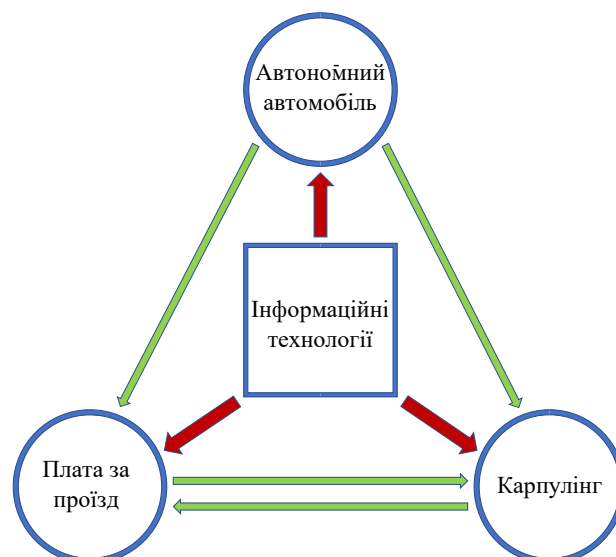


Рисунок 1.4 - Технологічні впливи

1.6 Вплив автономних перевезень на автоперевезення

Проїзд на автомобілі може розглядатися як форма громадського транспорту. Наразі вартість водіїв є важливою складовою витрат на громадський транзит. Оскільки час водіїв дорогий, громадський транспорт використовує великі транспортні засоби, які роблять часті зупинки, що призводить до повільного та часто незручного обслуговування. Виключаючи витрати на час водіїв, технологія самостійного водіння зробить громадський транспорт набагато дешевшим, ніж сьогодні. Більше того, це зробить громадський транзит більш зручним, надавши меншу кількість зупинок і транзит «від дверей до дверей» за розумні витрати. Проїзд в автомобілі стане набагато привабливішим у світі автомобілів, що керують самостійно, розмиваючи межу між сольним водінням та масовим транспортом.

Нижче перераховуються різні причини впливу автономних перевезень на проїзд на автомобілі.

- Координація без клопоту: автономний автомобіль знає місце призначення та можливі маршрути, і тому координація руху на дорогах не потребує зусиль з боку користувачів.
- Автоматизована система може легко реагувати на заявки на проїзд в режимі реального часу і відповідним чином коригувати свій маршрут. Людському водієві прийняти заявку на поїздку, коли автомобіль вже рухається, незручно або небезпечно.
- Коли кілька людей їздять в одному автомобілі, не обов'язково, щоб один і той же чоловік першим сів в машину і останнім вийшов з неї.
- Об'їзди обходяться набагато дешевше: сидіти в автомобілі в якості пасажера, який читає / спить / працює, поки автомобіль їде в п'ятихвилинній об'їзді, набагато дешевше, ніж їхати за кермом в

цей час. По суті, при водінні автомобіля п'ятихвилинна поїздка обходиться водієві в п'ять хвилин, в той час як для пасажирів, що знаходяться в самохідному автомобілі, ця поїздка обходиться дешевше.

- Не потрібно залежати від потенційно ненадійного водія автобуса.
- Безпроблемні платежі.
- Люди неохоче частково їздять до автомобільного транспорту через втрату гнучкості: при звичайному автопоїзді водієві потрібно дотримуватися часу відправлення, а пасажир повинен бути готовим у погоджений час. Завдяки проїзду в режимі реального часу, яку можна ввімкнути при самостійному керуванні автомобілями, можна отримати "асиметричну службу": перший забраний пасажир платить невелику премію, щоб автомобіль міг її чекати (щоб вона могла залишати її будинок у будь-який час протягом певного часового вікна). Коли автомобіль починає рухатися, він може забрати інших пасажирів по маршруту.
- Узгодженість досвіду. Наприклад, не потрібно турбуватися, що натрапиш на небезпечного водія.

1.7 Вплив автономних перевезень на ціноутворення на дорогах

Завдяки самокерованим автомобілям інтелектуальна цінова система дорожнього руху також стає привабливішою з наступних причин.

Однією з причин є потенційний рівноважний ефект автономного перевезення на попит на дорозі за відсутності дорожнього ціноутворення. Без потреби їздити користувач може спати, працювати, читати, грати у відеоігри тощо - тобто займатися багатьма тими ж дозволями чи продуктивними видами

діяльності, що він б інакше робив вдома або на роботі. Користувачі будуть набагато більше готові здійснити подорожі у вже перевантажений час та їздити на більші відстані. Таким чином, водії накладають ще більше негативних зовнішніх ефектів на інших, із неоднозначним загальним впливом на соціальний добробут, незважаючи на очевидні індивідуальні переваги вдосконаленої технології.

Генеральний директор Tesla Ілон Маск висловив занепокоєння, що зручне та доступне автономне перевезення може призвести до збільшення заторів: «Багато людей думають, що коли ви зробите авто автономними, вони зможуть їхати швидше, а це полегшить затори і певною мірою це буде правдою. Але кількість поїздок буде набагато більшою при спільній автономії, і насправді, трафік стане набагато гіршим. " За таких обставин інтелектуальне ціноутворення на дорогах у цілому стає особливо цінним.

Ще одна причина, чому технологія автономного водіння робить ціноутворення на дорогах більш привабливими - це здебільшого логістична сторона. Пасажиру дозволяється вибрати один із декількох варіантів маршруту (наприклад, більш швидкий маршрут проти дешевшого). Так само, якщо час відправлення пасажира гнучка, система може запропонувати йому різні варіанти подорожі за нижчим прайсом в інший час. Іншими словами, ціноутворення доріг зручно включати безпосередньо в інтерфейс користувача для автономного перевезення. Зауважимо, що різні варіанти проїзду також легко інтегруватися в один і той же користувацький інтерфейс, що дозволяє користувачеві вибирати між різними комбінаціями варіантів.

Третя причина також логістична, але на стороні технологічної інфраструктури. Оскільки система автономного автомобіля вже повинна мати точні дані про те, яким маршрутом їде автомобіль, і в який час, ці дані, в принципі, можуть також використовуватися для обчислення плати за плату за дуже низькі граничні витрати, що стосуються витрат на розробку платних плат інфраструктура збору з нуля.

Доповнення між ціноутворенням на дорогах та проїздом на дорозі

Існує сильна взаємодоповнюваність між карпулінгом та ціноутворенням на дорогах. Для ілюстрації цієї взаємодоповнюваності розглянемо наступний простий приклад, заснований на Вікрі (1969). Є одна перевантажена дорога, яка є «вузьким місцем». Вдвічі більше водіїв хочуть перейти цю дорогу протягом певного періоду часу, ніж це може дозволити дорога. Без будь-яких втручань ми отримуємо затори, затримку та витрачений час. Щоб зробити наступний приклад максимально прозорим, ми вважаємо, що вартість водіння дорівнює нулю - єдине питання - це затори та затримка.

- Припустимо, карпулінг стає дуже зручним: його дискретність (в порівнянні з водінням в поодиночці) невелика $\Delta > 0$. Це не впливає на результат, тому що ніхто не має стимулу об'їхати автомобіль
- Тепер припустимо, що у нас обох є зручний карпулінг і встановлені соціально оптимальні тарифи. Тоді ми повністю позбудемося заторів, всі користувачі приїжджають в найбільш зручний для них час, і тепер вони перебувають в набагато кращому становищі, ніж раніше, навіть якщо всі доходи від зборів за проїзд просто знищуються. Більш того, навіть якщо тільки невелика частина водіїв може використовувати карпулінг, вони стають краще, сплачуючи в доларах менше половини того, що вони платили раніше.

1.8 Висновки з розділу 1

Інтелектуальні системи оплати проїзду та карпулінг працюють як "амортизатори" за часів пікового попиту на проїзд: у середньому в кожному автомобілі під час пікового попиту буде більше людей, ніж в години не піку. Відзначимо, що обидві технології необхідні для того, щоб цей амортизатор

добре працював, і вони підсилював один одного. Наявність плати за проїзд робить об'єднання автомобілів більш привабливим, тому що дозволяє користувачам розділити витрати на ці платежі і таким чином платити менше і їздити ближче до обраних ними часів - на відміну від ситуації з затримками і без плати за проїзд, при якій об'єднання автомобілів не знижує витрати водія на очікування в тракті. Вартість, оплачувана в вигляді доларів/ гривень, може бути розділена між користувачами і, таким чином, істотно буде знижена для кожного з них окремо, в той час як вартість, оплачувана в вигляді часу, проведеного в тракті, не буде: кожен з користувачів "платить" всю суму в повному обсязі. І навпаки, наявність зручного карпулінгу робить оплату за проїзд набагато більш привабливою з політичної точки зору, так як дає чутливим до цін користувачам можливість їздити на машині в зручніший для них час.

РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ВИКОРИСТОВУВАНИХ МЕТОДІВ МАШИННОГО НАВЧАННЯ

2.1 Парадокс Браєса

Класичний приклад парадокса Браєса полягає в наступному. Розглянемо спочатку чотири вузлові перевезення мережа, як проілюстровано лівою мережею на Рисунок 2.1.

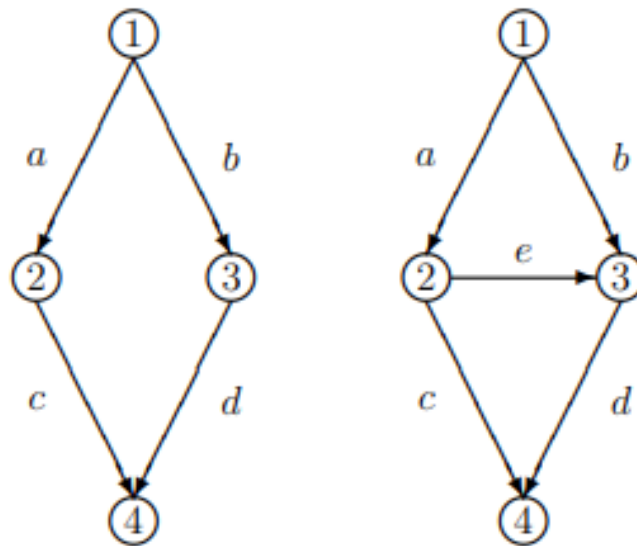


Рисунок 2.1: Приклад Парадоксу Браєса

Є одна пара вузлів Origin / Destination (O / D) $w = (1, 4)$. Водій на цій мережі може проходити по одному з двох шляхів: по шляху p_1 , що складається з ребер: a та c або по шляху p_2 , що складається з ребер: b , d . Позначимо потоки на посиленнях через: f_a , f_b тощо, і їх відповідні витрати на посилення користувача за: c_a , c_b тощо. Зокрема, у цій мережі вартість посилення користувача функції:

$$c_a(f_a) = 10f_a, \quad c_b(f_b) = f_b + 50, \quad c_c(f_c) = f_c + 50, \quad c_d(f_d) = 10f_d.$$

Нехай попит на поїздку d_w дорівнює 6, що представляє 6 транспортних засобів за одиницю часу. Ми позначаємо потік на шляху p через x_p , тому тут маємо x_{p_1} і x_{p_2} .

Збереження рівнянь потоку забезпечує задоволення попиту для кожної пари O / D потоками на шляхах, які з'єднують O / D пари, і що потоки зв'язку охоплюють потоки які використовують конкретне посилення. Зокрема, рівняння вказують, що сума потоків на шляху, що з'єднують кожну пару O / D , повинні дорівнювати попиту на цю O / D пару і тому потік по ланцюгу повинен дорівнювати сумі потоків на шляхах, які містять / використовують це посилення.

Очевидно, що за поведінки, що оптимізує користувача, результат рівноважного шляху протікає першим мережа: $x_{p1} = x_{p2} = 3$, з понесеними витратами на дорогу користувача: $C_{p1} = C_{p2} = 83$. Жоден водій не має стимул переключити свій шлях, оскільки це призведе до більш високої вартості для нього. Це результат очевидний, оскільки витрати на два шляхи: $C_{p1} = c_a + c_c = 10f_a + f_c + 50$ і $C_{p2} = c_b + c_d = f_b + 50 + 10f_d$ і, отже, водії з вимогою 6 будуть однаково розподіляють себе між двома стежками, даючи рівноважні потоки шляху: $x_{p1} = 3$ і $x_{p2} = 3$ і потік рівноважної лінії зв'язку: $f_a = 3$, $f_b = 3$, $f_c = 3$, $f_d = 3$, з користувачем витрати на зв'язок: $c_a = 30$, $c_b = 53$, $c_c = 53$, і $c_d = 30$.

Розглянемо тепер додавання нового посилення, e , з'єднання вузла 2 з вузлом 3, як у правій частині мережа на рисунку 1. Нехай вартість посилення користувача c_e за посиленням e буде

$$c_e(f_e) = f_e + 10.$$

Користувач у розширеній транспортній мережі тепер має три варіанти шляху: оригінал два контури, p_1 і p_2 , плюс новий шлях $p_3 = (a, e, d)$. Схема рівноважного потоку на перша мережа більше не дасть рівноваги для другої мережі. Дійсно, дотримуйтесь цього хоча витрати на шляхи p_1 та p_3 становитимуть 83, вартість на новий шлях, C_{p3} , якщо це не так використовується, тобто має нульовий потік, було б 70. Очевидно, що деякі мандрівники під оптимізацією користувача, переключиться з контурів p_1 та p_2 на шлях p_3 , оскільки вартість на шляху p_3 менше 83.

Зазвичай ми застосовуємо алгоритми (пор. Нагурні (1999) та Патрікссон

(2004)) для визначення оптимізованих користувачем / рівновагою потоки в транспортних мережах, оскільки вони зазвичай великі і апріорі важко визначити, які шляхи будуть і які не будуть використовуватися. Наприклад, через його розмір ми можемо чітко обчислити рішення. Будемо вважати, що всі шляхи використовуються. Отже, ми можемо створити систему рівнянь, використовуючи наступні рівняння:

$$C_{p1} = C_{p2} = C_{p3}$$

і

$$x_{p1}^* + x_{p2}^* + x_{p3}^* = d_w = 6$$

Крім того, ми знаємо, що відповідно до збереження рівнянь потоку для зв'язку і шлях протікає:

$$f_{a*} = x_{*p1} + x_{*p3}$$

$$f_{b*} = x_{*p2}$$

$$f_c = x_{*p1}$$

$$f_{d*} = x_{*p2} + x_{*p3}$$

$$f_{e*} = x_{*p3}.$$

Отже, ми можемо переписати, що користувацькі витрати на шляхи як функції потоку протікають так

$$C_{p1} = 10(x_{p1}^* + x_{p3}^*) + x_{p1}^* + 50 = 11x_{p1}^* + 10x_{p3}^* + 50,$$

$$C_{p2} = x_{*p2} + 50 + 10(x_{*p2} + x_{*p3}) = 11x_{*p2} + 10x_{*p3} + 50,$$

$$C_{p3} = 10(x_{*p1} + x_{*p3}) + x_{*p3} + 10 + 10(x_{*p2} + x_{*p3}) = 10x_{*p1} + 10x_{*p2} + 21x_{*p3} + 10.$$

Використовуючи потім збереження попиту рівняння потоку вище та підстановку, ми отримуємо систему рівнянь, розв'язання якої дає схему рівноважного потоку в розширеній мережі: $x_{p1}^* = x_{p2}^* = x_{p3}^* = 2$, з понесеними витратами на рівноважний шлях:

$$C_{p1} = C_{p2} = C_{p3} = 92!$$

Таким чином, додавання нового ребра робить шлях кожного користувача гіршим, оскільки кожен водій у розширеній мережі несе більш

високу вартість поїздки, ніж раніше!

Важливо зауважити, що парадокс Браєса може виникати лише під час оптимізації користувача та ніколи під оптимізацією системи. Дійсно, в умовах оптимізації системи, у другій мережі на Рисунок 2.1 лише вихідні шляхи p_1 and p_2 будуть використані. Важливо підкреслити, що плата за послуги може бути призначена таким чином, щоб схема потоку, що оптимізує систему, була одночасно оптимізованою для користувачів; див. Дафермос і Воробей (1971) та Бергендорф, Херн і Рамана (1997). Зокрема, якщо призначається плата за посилення так: плата за посиленням a , $r_a = 30$; платна за посиленням b , $r_b = 3$, із платними посиленнями: $r_c = 3$, $r_d = 30$, and $r_e = 0$, то мандрівники по другій мережі на Рисунок 2.1 самостійно розподілять себе відповідно до оптимізованої системою схеми потоку. Формула тарифних платежів, в даному випадку, завдяки Дафермосу та Горобцю (1971), є $r_l = c_l^0(f_l) - c_l(f_l)$ з граничними загальними витратами c_l^0 а вартість c_l посилення користувача оцінюється за оптимізованою системою схемою потоку для всіх посилень в мережі та $c_l = c_l \times f_l$ що відповідає загальній вартості.

2.2 Узагальнення класичного парадоксу Браєса та супутніх парадоксів у транспорті

Цей контрінтуїтивний приклад породив багато запитань та вивчення того, за яких умов та сценаріїв може виникнути парадокс Браєса. Наприклад, у класичному прикладі попит на подорожі $d_w = 6$. Чи все ще відбудеться парадокс Браєса при різних значеннях попиту на подорож? Пас і Принсіпіо (1997) вирішили це питання і показали, що парадокс Браєса виникає лише в тому випадку, якщо попит на подорож падає в межах певного проміжного

діапазону значень, зокрема, якщо $2.58 < dw < 8.89$. Цікаво, що при низькому рівні попиту використовується лише новий шлях p_3 , і парадокс не виникає, тоді як при більш високих рівнях попиту використовуються лише два вихідні шляхи, а парадокс Браєса також не відбувається. Згодом Нагурні, Паркс та Даніеле (2007), використовуючи зв'язки між транспортною та телекомунікаційною мережами, побудували динамічну модель Інтернету, використовуючи еволюційні варіативні нерівності (рис 2.2). Пас і Принсіпіо (1997) також показали, досліджуючи лінійні, відокремлювані функції зв'язку користувачів форми такої форми, як у класичному парадоксі Браєса, що незалежно від того, чи виникає парадокс, залежить від умов проблеми; а саме параметри функцій вартості користувача посилання.

Пас і Принсіпіо (1997) також припустили, що при більш високих рівнях попиту парадокс Браєса може не відбуватися. Згодом Нагурні (2010) розглядав більш загальні функції вартості зв'язку користувачів, які можуть бути нелінійними, а також несиметричними $\frac{\partial c_a(f)}{\partial f_b} \neq \frac{\partial c_b(f)}{\partial f_a}$, для всіх посилань a, b в мережі, де f - вектор зв'язку потоки. У своїй роботі вона розглянула гіпотезу про те, що в переповнених мережах парадокс Браєса може «зникнути» при більш високих вимогах

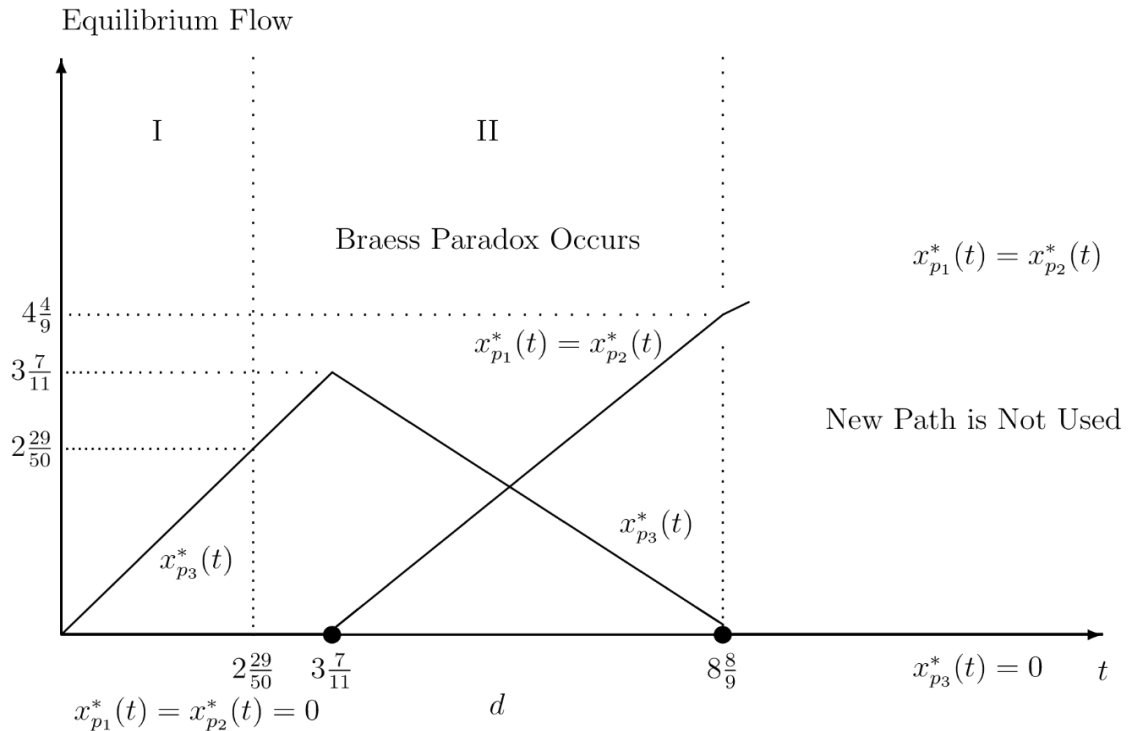


Рисунок 2.2: Рівноважні траєкторії мережі Браєса із залежною від часу попитом

і довів цю гіпотезу, вивівши формулу, яка забезпечує збільшення попиту, що гарантуватиме, що додавання цього нового маршруту більше не збільшить вартість проїзду, оскільки новий шлях більше не буде використовуватися. Цей результат був встановлений для будь-якої мережі, в якій спочатку виникає парадокс Браєса, і припускає, що у випадку перевантажених некооперативних мереж, транспортні мережі яких є яскравим прикладом, більший попит знизить парадокс Браєса. У той же час цей висновок показує, що слід бути дуже обережними при проектуванні мережевої інфраструктури, включаючи транспортні мережі, оскільки при більш високих вимогах нові маршрути / шляхи можуть навіть не використовуватися.

Штейнберг і Зангвілл (1983) розглядали лінійні функції роздільної вартості користувальницьких ліній і забезпечували необхідні та достатні умови, за розумних припущень, для того, щоб Браєса Paradox відбувся в загальній транспортній мережі. Вони зробили висновок, що парадокс Браєса приблизно такий же ймовірний, як і не відбудеться.

Хоча класичний приклад Парадокса Браєса використовує функції витрат, які мають форму: фіксований термін плюс термін, пропорційний потоку, інші можливі функції витрат були математично досліджені в транспортних мережах, включаючи функцію витрат на Бюро громадських доріг (див. Шеффі (1985)), який має в течії термін квартичний. Браєса

Парадокс розглядали під такими функціями ЛеБлан (1975), Франк (1981) та Блой (2007). Dafermos та Nagurney (1984a) продемонстрували, що, з точки зору мереж трафіку із загальними (асиметричними) функціями вартості зв'язку користувача, додавання маршруту, що з'єднує пару вихідного пункту призначення, який не ділив ніяких зв'язків з будь-яким іншим маршрутом у мережі, ніколи не може призвести до у парадоксі Браєса. Крім того, автори надали чіткі формули впливу функцій витрат та зміни попиту на понесені рівноважні потоки шляху та витрати на проїзд. Узагальнення функцій вартості зв'язку користувачів від відокремлених, а також симетричних до асиметричних, використовувало формулювання керуючих умов рівноваги як варіативну задачу нерівності (Smith (1979), Dafermos (1980), Nagurney (1999))). Мережі, оптимізовані користувачем із симетричними функціями витрат на зв'язки користувачів, на відміну від цього, можна переформулювати і вирішити як проблеми оптимізації (пор. Beckmann et al. (1956), Dafermos та Sparrow (1969)).

Галлефьорд та ін. (1994), у свою чергу, подав парадокси в транспортних мережах у випадку еластичного попиту, а не фіксованих потреб, як у оригінальному прикладі Брейс-Парадокса. Автори відзначили, що у випадку еластичного попиту на поїздки не очевидно, що таке парадоксальна ситуація, а у випадку еластичного попиту є потреба в характеристиках різних парадоксів. Наведений приклад, коли загальний потік (попит) зменшується в той час, як час подорожі збільшується через додавання до мережі нового посилення, причому це є досить екстремальним типом парадоксу. Ще один підкреслений парадокс - це коли покращення мережі призводить до скорочення соціального надлишку.

Як зазначалося в Boose et al. (2005), аналіз чутливості також має важливе значення для ефективного планування / проектування транспортних мереж, і Браєса Paradox мотивував велику частину подальших досліджень аналізу чутливості та мереж. Наприклад, Dafermos і Nagurney (1984b) використовували формулювання варіативної нерівності рівноваги мережі трафіку з фіксованими вимогами, щоб забезпечити спрямовану дію змін функції вартості зв'язку та продемонструвати, що невеликі зміни даних принесли невеликі зміни в отриманих потоках рівноважної лінії зв'язку. Для інших результатів аналізу чутливості в контексті проблем рівноваги мережі трафіку див., Наприклад, Тобін і Фріз (1988), Франк (1992), Ян (1997), Патрікссон (2004) та посилання на них.

Варто вказати додаткові парадокси, пов'язані з парадоксами Браєса у транспорті. Шеффі та Даганцо (1978) представили контрінтуїтивний результат, який може виникнути при застосуванні методів стохастичного розподілу трафіку; див. також Яо і Чень (2014). Fisk (1979) побудував приклади, що показують, що і вихідні дані до місця призначення, і глобальні витрати на поїздки можуть зменшитися для O / D пари внаслідок збільшення потреби в поїздки для іншої пари O / D . Згодом Fisk і Pallotino (1981) надали мережеві приклади для міста Вінніпег, продемонструвавши, що Парадокс Браєса може траплятися в реальних мережах. Yang and Bell (1998) ввели новий парадокс, пов'язаний із проблемами проектування мережі, на простому прикладі мережі, в якому додавання нового відрізка дороги до дорожньої мережі може знизити потенційну ємність мережі. Нагурні (2000) визначив парадокси викидів; зокрема, три чіткі, які можуть виникнути у перевантажених мережах міського транспорту за загальним обсягом викидів.

Ці парадокси викидів показують, що так звані «покращення» транспортної мережі можуть призвести до збільшення загальної кількості викидів.

Чжан та ін. (2016) розглядав парадокс Даунс-Томсона. Парадокс Даунс-Томсона, названий на честь Даунс (1962) та Томсона (1977), дозволяє

припустити, що розширення пропускної спроможності автостради може спричинити контрпродуктивні ефекти в двомодовій (авто- і транзитній) транспортній системі. Зокрема, Чжан та ін. (2016) переглянув парадокс, коли певні припущення розслаблені, зберігаючи звичайне припущення про відсутність взаємодії перевантажень між режимами. Арнотт і Малий (1994) проаналізували парадокс Даунс-Томсона, а також пояснили парадокс Пігу-Найт-Даунс, в якому розширення пропускної спроможності дорожнього руху може викликати власний попит без поліпшення перевантаженості.

2.3 Спостереження в транспортних системах

Не зважаючи на те, що складно контролювати попит та вимірювати час (вартість) у дорозі на реальних дорожніх системах з фактичними водіями, є кілька задокументованих прикладів "зворотного" парадокса Браєса, який спостерігається в транспортній мережі після посилення було видалено. Іншими словами, час подорожі покращується після видалення посилення. Багато з цих прикладів / примірників були написані в популярній пресі.

Наприклад, Колата (1990), пишучи в *The New York Times*, зазначав, що в 1990 році, в День Землі, комісар з питань транспорту в Нью-Йорку вирішив закрити 42-ю вулицю, і "на подив усіх" не було створено жодного історичного пробки і потік трафіку фактично покращився. Вона заявила, що це може бути прикладом парадокса Браєса. Того ж року Коен і Келлі (1990) побудували приклад, коли парадокс типу Браєса трапляється в мережі черг. Автори цитували документ Кнодель (1969), який зазначив, що місто Штутгарт намагалося полегшити рух у центрі міста, додавши нову вулицю. Однак затор лише погіршився, а значить, у відчаї влада закрила вулицю. Результатом цього стало те, що рух потоків покращився.

У 1999 році, за даними Vidal (2006), один з трьох основних тунелів

дорожнього руху в Сеулі, столиці Південної Кореї, був закритий для обслуговування. Дивно, але результат був не хаосом та пробками, а швидше покращився рух потоків. Натхнені їхнім досвідом, планувальники міста Сеула згодом знесли головну автомагістраль, що вела в серце міста і зазнали такого ж дивного результату, з додатковою перевагою створити для місцевих жителів довгий 5 км парк, 1000 акрів (див. також Бейкер (2009)).

І в 2009 році в рамках амбітного проекту в Нью-Йорку частина Бродвею в середині Манхеттена була перетворена на пішохідну площадку, а поїздки в автомобілях заборонені (див. Grynbaum (2010)). Цей перепроєкт інфраструктури став постійним і тривав навіть минуле першої адміністрації мера Майкла Блумберга. Потік руху по частинах покращився.

Інші системи, які можуть проявляти парадоксальну поведінку Браєса

Існує безліч реалізованих фізичних систем, які можуть проявляти поведінку Параекс Браєса, і в деяких таких фізичних системах попит (загальний потік) може бути контрольованим, а закони фізики забезпечують оптимізацію користувачу децентралізованої мережі. На відміну від перевантажених транспортних мереж, користувачі вже не подорожують, але відповідають електронам в електроенергетичних системах або молекулам рідини (води, нафти тощо) у разі трубопровідних мереж тощо. Такі аналоги транспортних мереж досить природним і зазначимо, що Beckmann et al. (1956) висловлював гіпотезу, що мережі вироблення та розподілення електроенергії будуть вести себе як перевантажені міські транспортні мережі. Цю гіпотезу обґрунтували Nagurney et al. (2007); див. також посилання на них. Крім того, розроблені моделі потоку рідини для руху транспорту; див., наприклад, Lighthill and Whitham (1955), Herman et al. (1959) та Герман і Пригожин (1979).

Наприклад, Коен та Горовіц (1991) припустили, що при додаванні фізичної складової може бути можливим створення механічної, електричної, текучої та теплової систем, які виявляють контрінтуїтивну поведінку. Як ілюстрацію такої механічної системи вони показали, що вага, що звисає з з'єднаної пари пружин із захисними струнами, може підніматися, а не впадати,

коли натягнута натяжна стяжка. Вони також продемонстрували, що електрична мережа з топологією прикладу Браєса (1968) і складається з ідеальних пасивних компонентів (резисторів і стабілітронів) може проявляти контрінтуїтивну поведінку напруги, що піднімається по мережі, коли додається додаткова гілка (ланка). .

Деталі про весняну мережу, яка демонструвала парадокс Браєса, були викладені Penchina та Penchina (2003). Автори також відзначили, що єдиною вимогою до парадоксальної мережі пружини є те, що пружини повинні стискатися більше, ніж натягують захисні струни. Пітерс і Вондрачек (2012) розширили експерименти, щоб включити зміни маси і постійної пружини.

Witthaut and Timme (2012) вивчали додавання одиничних ребер у клас осциляторних мереж, що моделюють сучасні електромережі на грубій шкалі. Вони показали, що, в середньому, додаткові зв'язки стабілізували мережу, додавання конкретних нових зв'язків може зменшити загальну ємність мережі та, тим самим, зменшити або навіть знищити стабільність мережі. Займаючись питанням надійності електромережі, Blumsack та ін. (2007) зазначав, що в електромережі з класичною топологією Браєса додавання лінії (ланки) може призвести до того, що інша лінія буде обмежена потужністю, що вплине на оптимальне відправлення потужності і призведе до збільшення витрат.

Ідеалізований електричний ланцюг, описаний Коеном та Горовицем (1991), був перетворений в справжню електричну ланцюг Нагурні та Нагурні (2016), які використовували теорію електричних ланцюгів для розробки матричних рівнянь для опису падіння напруги (еквівалентної вартості) як функція елементів ланцюга і струму (попиту). Потім автори використали цю формулювання для побудови схеми, використовуючи стандартні електричні компоненти, в яких можна було виміряти напругу та струми. На додаток до побудови фактичної фізичної схеми, падіння напруги якої були функціонально подібними до функцій витрат, запропонованих Брейсом у своєму класичному прикладі, Nagurney and Nagurney (2016) також побудували та виміряли параметри ланцюга з більш загальними перепадами напруги, які проявляли

послідовність поведінки з парадоксом Браєса.

Концепція парадокса Браєса також була досліджена Pala et al. (2012) у напівпровідникових мережах, транспортні властивості яких регулюються квантовою фізикою. Автори теоретично продемонстрували, що перевантаженість відіграє ключову роль у виникненні парадокса Браєса в таких мережах.

І макро-, і мікротекучі системи можуть проявляти поведінку, аналогічну Парадоксу Браєса. Ayala та Blumsack (2013) розглядали макрофлюїдну систему, як у мережах розподілу природного газу, та вивчали наявність парадоксальних ефектів, що стосуються дизайну мережі. В їхньому аналізі просте додавання труби до транспортувального газу може не обов'язково збільшувати кінцеву пропускну здатність. Щодо мікрофлюїдної системи, Case et al. (2019) показали, що як витрата в системі з класичною топологією Браєса, так і напрямок потоку в каналі зв'язку залежать від вхідного тиску.

Зрозуміло, що понад 50 років з моменту опублікування доповіді Браєсом (1968) парадокс та пов'язані з цим погляди на децентралізовану некооперативну поведінку залишаються актуальними, продовжують захоплювати та надихати на дослідження в галузі транспорту. Її застосовність на практиці триває і сьогодні, у плануванні та дизайні транспортних мереж. Нарешті, Парадокс Браєса послужив мостом для розширення перспектив в інших наукових дисциплінах, дозволяючи просунути теорію поведінки складних мережевих систем.

2.4 Модель ринку транспорту та її ефективність

Існує кінцевий набір водіїв $m = 1, \dots, M$. Існує також кінцевий набір відрізків дороги $s = 1, \dots, S$. Кожен відрізок дороги s визначає фізичний відрізок дороги, який можна розглядати як "неподільну" дорожню одиницю

(наприклад, частину автостради між двома точками), так і певний час. Зауважимо, що час дискретний, і одна і та ж дорога у два різні часи розглядається як два різних відрізки дороги.

Кожна ділянка дороги s має цілу ємність $q_s > 0$.

Поїздка - це можливе поєднання одного або декількох водіїв та одного або декількох відрізків дорожнього руху та, можливо, інших характеристик. Існує обмежене число T можливих поїздок $t = 1, \dots, T$.

Кожна поїздка t пов'язана з нею негативною фізичною вартістю $c(t) \in \mathbb{R}$. Ця вартість включає фізичну вартість ресурсів, пов'язаних з поїздкою: газ або електроенергія, що використовується; зношування автомобіля; тощо.

Кожен водій m має негативну оцінку для кожної можливої поїздки t , яка пов'язана з ним, $v_m(t) \in \mathbb{R}$. Ми припускаємо, що для кожного водія m існує "зовнішній варіант", який представлений поїздкою, яка включає лише одного водія (m) і не має відрізків дороги, дає водієві m оцінку нуля і має вартість нуля. Ми також припускаємо, що для кожної поїздки t і кожної підмножини водіїв, які беруть участь у поїздці t , існує поїздка t_0 що включає саме цю підмножину водіїв, і включає ті самі сегменти, що і поїздка t , і має вартість $c(t_0) \leq c(t)$, кожному водієві m у підмножині дає оцінку $v_m(t_0) \geq v_m(t)$. Припускаємо, що кожна поїздка створює негативну чисту вартість для її учасників: $\sum_{m \in t} v_m(t) - c(t) \geq 0$, де " $m \in t$ " позначає водіїв, які беруть участь у поїздці t .

Завдання - це набір подорожей. Такий, що кожен водій бере участь в точно одній поїздці в A (деякі з цих водіїв, звичайно, можуть бути віднесені до свого зовнішнього варіанту). Призначення A здійсненне, якщо для кожного відрізка дороги s кількість поїздок в A , що включає відрізок дороги s , не перевищує його пропускну спроможність q_s .

Спостереження за нашими припущеннями моделювання в порядку. За визначенням, у здійсненому призначенні немає заторів. Очевидно, що на практиці встановлення надто низьких тарифних платежів (наприклад, нуль)

може призвести до затримок на дорозі, оскільки автомобілям, можливо, доведеться чекати в черзі, щоб пройти через відрізки дороги, які не мають можливості для задоволення попиту. Однак для наших цілей нам не потрібно моделювати транспортні перевантаження, як і загальні моделі рівноваги не потребують моделювання реагування споживачів на дефіцит. Наші припущення говорять про те, що доки завдання можливе (тобто кількість автомобілів на кожному сегменті дороги не перевищує пропускну спроможність цього сегмента), швидкість автомобілів на цьому відрізку дороги, а отже, і корисність кожного користувача від поїздки не залежить від кількості інших автомобілів, що використовують ті самі сегменти дороги. Іншими словами, ми неявно припускали, що коли перевантаженість транспорту сповільнює потік руху s , пропускна здатність дороги не збільшується відносно максимальної пропускну здатності, досяжної при обмеженні швидкості. Хоча це, звичайно, наближення, воно фактично значною мірою узгоджується з висновками з літератури про проїзну та пропускну здатність доріг. Для високих рівнів транспортних перевантажень загальна пропускна здатність фактично зменшується відносно пропускну здатності, доступної на більш високих швидкостях (це явище відоме як "гіперконструкція", див. Уолтерс (1961), який називає це явище "випадком вузького місця"). Таким чином, при великих рівнях перевантаженості не існує торгівлі між швидкістю та пропускну здатністю. Для помірних рівнів руху s існує швидкість торгівлі між швидкістю руху s та пропускну здатністю, однак, якщо припустити, що ця торгівля є досить точним наближенням реальних потоків поточного потоку, що істотно спрощує аналіз не втрачаючи особливого реалізму. Наприклад, найбільша можлива пропускна здатність на автомобільних дорогах досягається на швидкостях, близьких до обмежених швидкостей.

Зараз ми впроваджуємо грошові перекази у нашій моделі. По-перше, негативний вектор $p \in \mathbb{R}^M$ вказує ціну, яку сплачує кожен водій m . Якщо з водія m стягується ціна p_m і призначена для поїздки t_m , його корисна функція (2.1)

квазілінійна в грошах:

$$U_m(t_m, p_m) = v_m(t_m) - p_m. \quad (2.1)$$

По-друге, негативний вектор $r \in R^S$ вказує на тарифи, накладені регулятором. Зауважимо, що платна оплата є сегментною: вартість користування маршрутом дорівнює сумі плати за окремі її сегменти. Зауважимо також, що плата за проїзд встановлюється не на автомобілі, а на пасажирів, і, зокрема, не визначається кількість пасажирів у вагоні. Ми обговорюємо можливість більш складних платних платежів, які залежать від усього маршруту або кількості пасажирів після підтвердження теореми 1.

Результат - це трійка (A, p, r) , яка визначає призначення, платежі, здійснені водіями, та плату, накладену регулятором. Результат можливий, якщо відповідне призначення A здійснене. Результат збалансований у бюджеті, якщо сума цін, сплачених водіями за їх поїздки, більша або дорівнює сумі загальних фізичних витрат на ці поїздки та загальної плати за дорожні ділянки, які беруть участь у цих поїздках. Результат стабільний, якщо жодна коаліція водіїв не може організувати поїздку самостійно (беручи до уваги фізичну вартість цієї поїздки та базові тарифи), що дасть кожному з них суворовищу корисність, ніж те, що вони отримують в результаті.

Соціальний надлишок завдання A дорівнює сумі оцінок усіх водіїв з поїздок, яким вони призначені в A мінус суми витрат на поїздки в A . Зауважимо, що ціни p і тарифи r не вводяться цей розрахунок.

Регулятор зацікавлений у збільшенні соціального надлишку. Зауважимо, що здійсненність, стабільність та збалансованість бюджету не є достатніми для того, щоб гарантувати максимізацію соціального надлишку. Наприклад, якщо всі платні за проїзд встановлені на дуже високому рівні, результат, який призначає кожного водія його зовнішньому варіанту та стягує його за нуль, є здійсненим, стабільним та збалансованим у бюджеті - але загалом надлишок не максимальний. Інтуїтивно зрозуміла, що проблема з таким високим рівнем платних платежів полягає в тому, що він залишає дороги недостатньо

використаними: високі тарифи відштовхують райдерів навіть від ділянок, які мають велику пропускну спроможність. Наша остання умова виключає таку можливість. Формально ми говоримо, що результат є очищенням ринку, якщо для кожного відрізка дороги таким чином, що кількість поїздок на A , які включають його, менша, ніж його пропускна здатність, відповідна платна сума дорівнює нулю.

Перший основний результат роботи.

Теорема 1 Якщо результат (A, p^A, r^A) є здійсненням, стабільним, зі збалансованим бюджетом, тоді призначення A має найвищий соціальний надлишок у всіх здійснених завданнях.

Доведення. Припустимо, що інше здійснення завдання B створює більший соціальний надлишок, ніж завдання A . Візьміть будь-яку поїздку t у завданні B , і всі водії m задіяні у поїзді t . Оскільки за результатами припущення A стабільне, ця коаліція водіїв не може отримати користь від організації поїздки сама, враховуючи ціни p^A і платні r^A у підсумку A . Таким чином, підсумовуючи витрати всіх водіїв, які беруть участь у поїзді t , отримуємо

$$\sum_{m \in t} (v_m(t_m^A) - p_m^A) \geq \left(\sum_{m \in t} v_m(t) \right) - c(t) - r^A(t), \quad (2.2)$$

Де t_m^A позначає поїздку, в якій водій m бере участь у завданні A , і, трохи зловживаючи позначеннями, $r^A(t)$ позначає суму платних платежів на сегментах, що беруть участь у поїзді t в результаті (A, p^A, r^A) . Додавши рівняння (2.2) по всіх поїздках t у завданні B , отримаємо

$$\sum_{m=1}^M v_m(t_m^A) - \sum_{m=1}^M p_m^A \geq \sum_{m=1}^M v_m(t_m^B) - \sum_{t \in B} c(t) - \sum_{s=1}^S r^A(s) k^B(s), \quad (2.3)$$

де $k^B(s)$ позначає, скільки поїздок у завданні B використовують сегмент s .

З результатом (A, p^A, r^A) за припущенням, збалансований бюджет, у нас є

$$\sum_{m=1}^M p_m^A \geq \sum_{t \in A} c(t) + \sum_{s=1}^S r^A(s) k^A(s).$$

Таким чином, з рівняння (2.3) випливає, що

$$\sum_{m=1}^M v_m(t_m^A) - \sum_{t \in A} c(t) - \sum_{s=1}^S r^A(s) k^A(s) \geq \sum_{m=1}^M v_m(t_m^B) - \sum_{t \in B} c(t) - \sum_{s=1}^S r^A(s) k^B(s). \quad (2.4)$$

Соціальний надлишок завдання А дорівнює $\sum_{m=1}^M v_m(t_m^A) - \sum_{t \in A} c(t)$, тоді як соціальний надлишок завдання В дорівнює $\sum_{m=1}^M v_m(t_m^B) - \sum_{t \in B} c(t)$. Щоб показати, що перший більший або рівний другому, зараз доцільно це спостерігати $\sum_{s=1}^S r^A(s) k^A(s) \geq \sum_{s=1}^S r^A(s) k^B(s)$, що випливає із властивості результату очищення ринку (A, p^A, r^A) : для кожного сегмента s $r^A(s) > 0$, $k^A(s)$ дорівнює ємності відрізка s і, таким чином, більше або дорівнює $k^B(s)$. (Доведено)

Вищенаведений результат має ряд наслідків щодо того, як встановити ефективні тарифи. Донедавна єдиною доступною технологією для збору платних платежів було стягування плати за сегмент дороги. Таким чином, технологічне обмеження зумовило необхідність того, щоб плата за сплату надбавок була додатковою, тобто плата за всю поїздку - це сума плати, обчислена на відрізок дороги, з якої складається поїздка. За технологічного прогресу, досягнутого за останнє десятиліття, незабаром можна буде безперешкодно стягувати плату за залежність від часу за кожен відрізок дороги і навіть зробити ці платні надбавки. Приклади бездоплатних платних платежів включають тарифи на знижку для осіб, які мають довгі маршрути або знижки за плату за один із маршрутів, доступних для пасажирів, які мають вибір між двома розумними маршрутами. Скільки економічного прибутку можна реалізувати від стягнення плати за бездобавки? Наведена вище теорема відповідає на це питання: ефективний результат може бути реалізований за допомогою простих платних платежів, які є добавками на ділянках дороги, і, отже, стягнення більш складних бездобавок з тарифних платежів не приносить економічного прибутку.

Ще одне природне питання - як плата за проїзд повинна залежати від кількості людей у машині. Теорема 1 показує, що ефективні результати можна

отримати за плату, яка не залежить від кількості пасажирів. Цей результат залежить від припущень про те, що пасажир виконує комунальні функції, які є квазілінійними у грошах, а мета соціального планувальника - максимізувати загальний соціальний надлишок. Розслаблення цих припущень (наприклад, включення міркувань щодо розподілу у функції корисної програми планувальника) може змінити цей висновок (наприклад, привести до сплати тарифів для автомобілів з зниженими доходами, якщо люди з меншим доходом мають більше шансів наїзд на автобазу).

Вищезазначені спостереження за структурою плати за проїзд також залежать від припущення, що регулятор може встановлювати плату за проїзд у всій країні. Якщо це неможливо, і регулятор може встановлювати плату лише на деякий набір сегментів, тоді ефективна структура плати може бути більш складною, але тільки якщо деякі інші сегменти (на які регулятор не може встановлювати плату) перевантажені.

2.5 Існування та квазірезультати

Можливий, стабільний, збалансований у бюджеті та результат очищення ринку може не існувати. Наприклад, припустимо, що є 101 пасажир, який хоче подорожувати з одного міста в інше. Кожен автомобіль може вмістити двох людей, а вартість поїздки становить 10 доларів, незалежно від кількості мандрівників. Кожен мандрівник має непридатність 2 долари від проїзду на автомобілі. Дорога має велику пропускну спроможність (наприклад, через неї можуть проїхати понад 101 автомобіль за час, який бажають пасажирів). На цьому ринку можливого, стабільного, збалансованого бюджету та результатів очищення ринку не існує: кожен пасажирський транспорт воліє б проїхати на автомобілі, а не їздити самостійно, але загальна кількість пасажирів не розділиться на 2.

Для вирішення питання про неіснування ми вводимо квазіпризначення та квазівиходи, які є "дробовими" аналогами призначень та результатів відповідно. Ми покажемо, що можливі, стабільні, збалансовані в бюджеті та очисні ринки квазірезультати існують і є соціально ефективними. Тоді ми можемо розглянути результати, близькі цим соціально ефективним квазірезультатам, і, таким чином, приблизно ефективні.

Формально квазіпризначення G - вектор у $[0,1]^T$, який призначає число в інтервалі $[0,1]$ до кожної поїздки t , таким чином, що для кожного водія m сума чисел $G(t)$ за всі поїздки t , в яких задіяний водій m , дорівнює 1. (Зокрема, кожне завдання може розглядатися як квазіпризначення, в якому кожен $G(t)$ дорівнює або 0, або 1.) Поняття соціального надлишку для квазіпризначення узагальнено відповідно. Соціальний надлишок квазіпризначення G дорівнює сумі оцінок усіх водіїв з поїздок, яким вони призначені в G мінус суми витрат на поїздки в G , обидва зважених на масу поїздок у G . Формально соціальний надлишок квазіпризначення G дорівнює $\sum_{t \in T} (\sum_{m \in t} v_m(t) - c(t)) G(t)$, де трохи зловживають позначеннями, позначаємо через " $m \in t$ " всі водії m , що беруть участь у поїздки t . Зауважимо, що коли G - це призначення (тобто всі ваги дорівнюють нулю або одиниці), визначення соціального надлишку збігається з визначенням соціального надлишку для призначення.

Квазі-результат - це потрійний (G, u, r) , де G - квазіпризначення, $r \in \mathbb{R}^S$ - вектор невід'ємних тарифних платежів (один на сегмент), і $u \in \mathbb{R}^M$ - вектор, який визначає корисність кожного m водія. Утиліта $u(m)$ вкладає плату, яку повинен здійснити водій m за будь-яку поїздку t , в якій він бере участь і яка має позитивну вагу $G(t)$. Зауважимо, що визначення квазірезультату неявно означає, що m водія є неоднаковим серед усіх подорожей з позитивною вагою, в яких він бере участь.

Квазізначення G є можливим, якщо для кожного відрізка s сума $G(t)$ за всі відключення t , що включає сегмент s , менша або дорівнює ємності q_s . Квазірезультат (G, u, r) можливий, якщо квазіпризначення G в ньому здійсненне. Квазірезультат (G, u, r) є очищенням ринку, якщо для кожного

"недостатньо використаного" відрізка дороги s (тобто відрізка, для якого сума $G(t)$ за всі поїздки t , які залучають його, суворо менша її місткість), платна $r(s)$ дорівнює нулю. Квазірезультат (G, u, r) є стабільним, якщо неможливо організувати поїздку t , яка робить усіх учасників, які беруть участь у ній, суворо краще, ніж вони були (G, u, r) (приймаючи фізичну вартість поїздки t та відповідні тарифи, як зазначено). Формально квазірезультат (G, u, r) стабільний для кожної поїздки t , $\sum_{m \in t} u(m) \geq \sum_{m \in t} v_m(t) - c(t) - r(t)$. Квазі-результат (G, u, r) є збалансованим у бюджеті, якщо сума платежів усіх водіїв за їх поїздки, зважена вагами $G(t)$ цих поїздок, більша або дорівнює сумі фізичних витрат на ці поїздки та загальної плати за дорожні ділянки, що беруть участь у цих поїздках, обидва знову зважуються $G(t)$: $\sum_{t \in T} \sum_{m \in t} (v_m(t) - u(m))G(t) \geq \sum_{t \in T} (c(t) + r(t))G(t)$.

Зараз ми готові заявити і довести другий головний результат роботи.

Теорема 2 Існує здійснений, стабільний, збалансований бюджет та очищення ринку, квазі-результат. Будь-який такий квазірезультат є соціально ефективним.

2.6 Висновки до розділу 2

Наша модель поєднує в собі елементи узгодження та теорії формування коаліції (наприклад, поняття стабільності) з елементами теорії рівноваги у Валрасії (наприклад, поняттям тарифних платежів), які тонко взаємодіють: коаліції (тобто поїздки) які формуються, залежать від кількості платежів, тоді як плата, яку потрібно встановити, щоб очистити ринок, в свою чергу залежить від того, як формуватимуться коаліції (і, отже, який попит потребуватиме різні сегменти).

Щоб вирішити цю взаємозалежність, перший крок - це перетворення нашої економіки на допоміжну, яка може бути проаналізована в стандартних

умовах конкурентної рівноваги. Потім ми зможемо побачити, що допоміжна економіка має конкурентну рівновагу. А отже, ми побачимо, як перетворити конкурентну рівновагу допоміжної економіки у здійснений, стабільний, збалансований бюджет та зі звільненням від ринку квазірезультатів.

РОЗДІЛ 3 ПРОВЕДЕННЯ ЕКСПЕРНИМЕНТУ ТА РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

3.1 Умови експерименту «Парадокс Браєса»

Розглянемо мережу з початком O і напрямом D , які моделюються у вигляді спрямованого графа $G = (V, E)$ з вершиною (вузлом) множини V , ребром (посиланням) множини E , і множини $K \subseteq V \times V$ з пар початок -напрямок (OD) . Ми розглядаємо кінцеве, загальновідоме і відносно невелике число користувачів, n , на відміну від більш поширеного випадку, який передбачає нескінченно велике число користувачів. Рух в дорожній мережі описується кількістю f_{ij} автомобілів (користувачів), що рухаються по краю (i, j) від вершини i до вершини j . Вартість для кожного користувача, що рухається від i до j по посиланню (i, j) , коли потік за цим посиланням дорівнює f_{ij} , позначається $c_{ij}(f_{ij})$. Вартість проїзду зазвичай вимірюється часом, витраченим на проїзд або витрачаються бензином. Передбачається, що витрати на проїзд по краю (i, j) при даному рівні трафіку однакові для всіх користувачів, які перетинають цей край. Вартість проїзду - це сума вартості проїзду через все ребра маршруту від O до D .

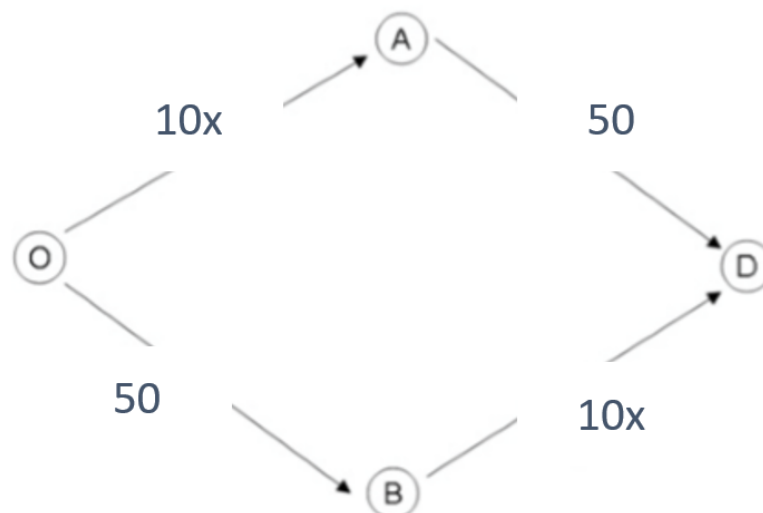


Рисунок 3.1 (а) Граф до гри 1

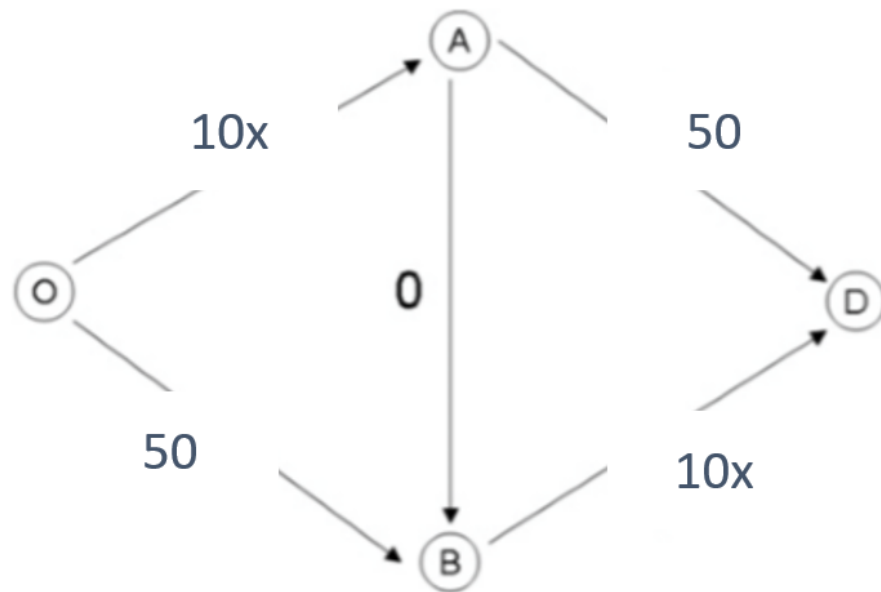


Рисунок 3.1 (б) Граф до гри 2

Передбачається, що кожен з n користувачів самостійно шукає шлях, який мінімізує його вартість. У рівновазі n користувачів розподіляються по одному або декількох маршрутах таким чином, щоб одностороння зміна шляху будь-яким одним користувачем не зменшував вартість проїзду для цього користувача, враховуючи, що всі інші $n - 1$ користувачі не змінюють свої маршрути.

Оригінальна гра (надалі звана базової грою) складається з простої мережі з чотирма вершинами, чотирма ребрами і антисиметричним розташуванням ребер (Рисунок 3.1 (а)). Один шлях (O-A-D) складається з ребра з високою фіксованою вартістю і низькою вартістю затору, що починається на початку, за яким слід ребра без фіксованої вартості та високою вартістю затору. На другому шляху (O-B-D) ребра мають вартість, ідентичну вартості першого, але розташовані в зворотному порядку. У доповненої грі (Рисунок 3.1 (б)) ці ребра з'єднуються поперечною ребром (перехрестям, мостом) з низькою фіксованою вартістю і низькою вартістю затору, що з'єднує кінець ребра без фіксованої вартості на одному шляху з початком ребра без

фіксованої вартості на іншому шляху (ребра (AB) на Рисунок 3.1 (б)).

Для того, щоб продемонструвати парадокс Браєса, умови даного експерименту мають відповідати шести властивостям (Пенчіна, 1997):

1. Мережа G повинна мати як фіксовані, так і змінні визначені для користувача витрати.
2. Два шляхи в базовій мережі повинні мати протилежний порядок появи ребер, домінуючих над фіксованими і змінними витратами.
3. Фіксовані витрати на "міст" в розширеній мережі повинні бути менше, ніж різниця в фіксованих витратах між ребрами, де переважають фіксовані витрати, і ребрами, де переважають змінні витрати.

Для спрощення були запропоновані три додаткові об'єкти:

4. Нульові витрати користувачів на мості.
5. Два перевантажених ребра мають ідентичні лінійні функції змінної користувацької вартості і нульову фіксовану вартість.
6. Обидва ребра мають ідентичні функції з фіксованою вартістю користувача і нульовий змінної вартості.

Мережі, що задовольняють цим властивостям, називаються Мінімальні критичні мережі (Penchina, 1997).

В дослідженні ми використовуємо граф (Рисунок 3.1 (а) та 3.1 (б)), з вартісними функціями: $c_{OA} = 10f_{OA}$, $c_{BD} = 10f_{BD}$, $c_{AD} = c_{OB} = 50$, і $c_{AB} = 0$. Така структура вартості задовольняє всім шести вищевказаним характеристикам.

Для ілюстрації ПБ припустимо, що структура вартості на Рисунок 3.1 проходить через $n = 6$. Спочатку розглянемо основний маршрут проходження (мережа на Рисунок 3.1 (а)). Шлях (O-A-D) і 3 автомобілістів, що проходять по цьому маршруту. Вартість для кожного користувача $50 + 10 \times 3 = 80$. Існує додатковий симетричний шлях в змішано-стратегічній рівновазі з відповідною вартістю проїзду 80, де кожен маршрут вибирається з однаковою ймовірністю. Розширена мережа на Рисунок 3.1 (б) (Гра 2) має унікальну чистостратегічну рівновагу, де всі користувачі вибирають домінуючу

стратегію (OABD) при вартості проїзду 120. Контрінтуїтивна особливість цього прикладу полягає в тому, що поліпшення мережі за рахунок додавання нової ланки призводить до того, що кожен користувач стає гірше на 50 відсотків від початкової вартості проїзду. Коментуючи цей ефект, Коен пише: "Невидима рука Адама Сміта вводить кожного в оману (1988, стор. 583)".

Експеримент 1 має дві основні мети. Перша полягає в тестуванні на виникнення ПБ в мінімально критичній мережі. Проблема координації, з якою стикаються $n = 6$ гравців в Грі 1, далека від тривіальної, так як при грі в чисто-стратегічній рівновазі вони повинні координувати на одній з численних рівноваг, які не є ні симетричними, ні ранжируваних по Парето. Оскільки гра в рівновагу, швидше за все, буде досягнута тільки при наявності значного досвіду, ігри 1 і 2 були кожен раз зіграні з ітераціями по 8 разів.

Контрінтуїтивна особливість ПБ полягає в тому, що додавання безкоштовного краю призводить до того, що кожен користувач опиняється в гіршому становищі. Альтернативний спосіб перегляду цього парадоксального результату - почати з розширеної мережі в Грі 2, видалити міст (A-B), і відзначити, що в рівновазі всі користувачі виграють від деградації мережі. Феноменологічно, користувачі мережі можуть сприймати ці дві альтернативні формулювання ("фреймінг") ПБ - однієї з точки зору програшу, а інший - з точки зору виграшу - по-різному. Друга мета Експерименту 1 - порівняти ці два альтернативних фреймінга ПБ.

Учасниками стали 24 людини віком від 18 до 55 років, які зголосилися взяти участь в експерименті з комп'ютерним управлінням для отримання «винагороди» в залежності від результатів роботи. Чоловіки і жінки брали участь майже в рівній мірі. Учасники були розділені на 4 групи (сесії) по 6 осіб у кожній. Дві групи взяли участь в "Стані ADD" і дві інші - в "Стані DELETE" (див. нижче). Засідання тривало близько 60 хвилин.

3.2 Процедура проведення експерименту

Всі чотири заняття проводилися в програмі Zoom, в якій онлайн оголошувалися інструкція і результати гри. Після прибуття в «кімнату» для гри в Zoom оголошувались умови гри. При виникненні запитань, звертались до експериментатора в індивідуальному порядку.

Кожен сеанс був розділений на дві частини. На початку кожної частини гравцям давалися конкретні інструкції. Інструкції для першої частини (див. Додаток А) відображали дорожню мережу в Грі 1 і пояснювали процедуру вибору одного з двох маршрутів в цій грі. В інструкції до частини 2 (див. Додаток А) була відображена дорожня мережа в Грі 2 і пояснена процедура вибору одного з трьох маршрутів в цій грі.

Інструкції для першої частини графічно відображали трафік мережі в Грі 1, пояснювали функції витрат і ілюстрували розрахунок вартості проїзду для посилок зі змінною або фіксованою вартістю. На початку кожного випробування кожному гравцеві було дано 200 одиниць проїзду (очок). Виграш за гру розраховувався окремо для кожного гравця шляхом віднімання вартості його проїзду. Щоб вибрати один з двох маршрутів - (О-А-Д) або (О-В-Д) - гравець повинен був відправити обраний маршрут на поштову адресу. Після того, як всі члени групи самостійно відправили обраний маршрут експериментатор заносить відповіді усіх автомобілістів в програму, яка вираховує час та виграш. І після отримання результатів програми, експериментатор оголошує в Zoom результати гри. Після цього ітерація повторюється знову.

Інструкції для другої частини відображали мережу в Грі 2, пояснювали функції витрат і ілюстрували розрахунок вартості проїзду по ребрах графу зі змінною або фіксованою вартістю (див. Додаток А).

3.3 Головні особливості експерименту

Є декілька особливостей, які потрібно пам'ятати, в експерименті. По-перше, значення n було загальновідомо. По-друге, експеримент проводився на основі повної інформації; в кінці кожного випробування гравці були проінформовані про розподіл користувачів мережі по всіх можливих маршрутах. Ця особливість була введена для полегшення навчання під час ітерацій сценічної гри. По-третє, ми вибрали конструкцію всередині, а не між об'єктами, щоб ті ж гравці відчули ефект додавання (Умова ADD) або видалення (Умова DELETE) безкоштовного ребра (A-B). Ця функція проектування була введена для порівняння ефектів двох альтернативних фреймів ПБ. По-четверте, і це, мабуть, найголовніше, в обох іграх 1 і 2 кожному автомобілісту було присвоєно одна і та ж стартова сума в 200 одиниць. При чисто-стратегічній рівновазі всіх членів групи це призвело б до того, що в Іграх 1 і 2, відповідно, за кожную пробну одиницю проїзду довелося б заплатити 100 і 40 одиниць проїзду. Можна було б очікувати відмінностей в поведінці між двома експериментальними умовами. Якби гравці в стані ADD досягли рівноваги в грі 1, то від них очікували б опору при виборі маршруту (O-A-B-D) в грі 2 і, таким чином, спостерігали б за тим, як їх виграш падає до 50 відсотків їх більш ранніх заробітків. На відміну від цього, не маючи досвіду в Грі 1, гравці в Стані DELETE, як очікується, будуть швидше наближатися до маршруту (O-A-B-D) в Грі 2.

Цей розділ триває наступним чином. Почнемо з порівняння двох умов один з одним. Не знаходячи яскравих відмінностей між умовами ADD і DELETE, ми об'єднуємо шість сесій разом. Потім ми продовжуємо тестувати наслідки ПБ на агрегованому рівні. Завершуємо цей розділ обговоренням послідовних залежностей і індивідуальних відмінностей.

3.4 Різниця між умовами ADD і DELETE

Метою даного розділу є перевірка відмінностей між умовами ADD і DELETE. Якщо виявлені істотні відмінності, то кожна умова має бути представлена і проаналізована окремо. Якщо немає, то дані цих двох умов можуть бути об'єднані. З цією метою для кожної з шести сесій були розраховані наступні п'ять статистичних даних. У першій Грі 1 ми спочатку порахували кількість разів (з 8), де кожен гравець вибрав маршрут (O-A-D) або (O-B-D). Потім ми вираховували середню і стандартне відхилення вибору маршруту (O-A-D) і (O-B-D) між членами кожної групи (Таблиця 3.1). Таблиця показує, що шість засобів дуже близькі один до одного, в діапазоні від 3.67 до 4.83. Відповідні стандартні відхилення (що варіюються між 1.03 і 2.66) відносно великі, що вказує на значні відмінності у виборі маршруту між гравцями.

Так як мережа в Грі 2 включає в себе три, а не два маршрути, ми вираховували середній вибір маршруту для трьох маршрутів, а саме для маршрутів (O-A-D) і (O-B-D) (O-A-B-D) (Таблиця 3.2). Визначили кількість змінень маршруту з 7 разів (якщо гравець вибирає два різні маршрути на випробуваннях t і $t + 1$, $t = 1, 2, \dots, 8$). Очевидно, що гравець в грі 1 може перемикатися тільки з одного маршруту на інший, в той час як в грі 2 він може перемикатися на будь-який з двох інших маршрутів. Також представлені кількість змінень маршруту та їх стандартні відхилення на одного гравця (з 7) для Ігор 1 і 2 відповідно. Взяті разом, результати, переконливо свідчать про відсутність відмінностей між цими двома умовами (насправді, всі чотири сесії дуже схожі).

Таблиця 3.1 - Гра 1 - Результати 1

		Гра 1		
Умова		К-сть обраних маршрутів (OAD) (з 8 ітерацій)	К-сть обраних маршрутів (OBD) (з 8 ітерацій)	Змінення маршрутів
ADD	Команда 1	3.67	4.33	2.33
	<i>Дисперсія</i>	2.66	2.66	2.06
DELETE	Команда 2	2.83	5.17	3.83
	<i>Дисперсія</i>	2.23	2.23	2.79
ADD	Команда 3	4.33	3.67	2.67
	<i>Дисперсія</i>	1.03	1.03	0.52
DELETE	Команда 4	4.83	3.17	3.00
	<i>Дисперсія</i>	2.23	2.23	1.55

Таблиця 3.2 - Гра 2 - Результати 1

		Гра 2			
Умова		К-сть обраних маршрутів (OAD) (з 8 ітерацій)	К-сть обраних маршрутів (OBD) (з 8 ітерацій)	К-сть обраних маршрутів (OABD) (з 8 ітерацій)	Змінення маршрутів
ADD	Команда 1	2.50	1.83	3.67	2.83
	<i>Дисперсія</i>	1.87	2.79	3.14	2.04
DELETE	Команда 2	3.17	1.33	3.50	2.33
	<i>Дисперсія</i>	2.93	1.75	2.59	1.21
ADD	Команда 3	1.83	1.50	4.67	3.17
	<i>Дисперсія</i>	1.47	1.64	2.73	1.94
DELETE	Команда 4	3.50	1.00	3.50	3.50
	<i>Дисперсія</i>	2.07	1.10	2.07	2.17

У додатковому аналізі ми вираховували схожу статистику для кожного раунду. Наприклад, ми підраховували кількість гравців, які обрали маршрут (O-A-D) в кожному раунді. Потім ми вираховували середнє значення цих частот для кожного блоку, і порівнювали чотири сесії один з одним з точки зору тренда, якщо такий є. Знову ж таки, різниця між цими двома умовами не

спостерігається.

Нагадаємо, що умова ADD представляло Гру 1 в першій частині, в той час як умова DELETE представляло Гру 1 в другій частині. Не виявивши критичних відмінностей між цими двома умовами, можна об'єднати дані чотирьох сеансів. У решті розділу результатів ми представимо дані по кожному з умов окремо, а також по обидві умови разом. Для отримання статистичної інформації більшість тестів буде проведено на чотирьох сеансах, об'єднаних разом.

3.5 Тестування наслідків парадоксу Браєса

Приступаємо до тестування наслідків ПБ. Для кожного тесту окремо ми підраховували кількість гравців, які обрали маршрут (O-A-D) в Грі 1. Потім ці частоти були усереднені по гравцям, випробувань і сеансів. Аналогічні виграші були розраховані для маршруту (O-B-D) в Грі 1 і для кожного з трьох маршрутів в Грі 2. У таблицях (Таблиця 3.3, 3.4) окремо представлені обрані маршрути і стандартні відхилення для кожної умови. У нижньому рядку представлені прогнози рівноваги. Стандартні відхилення в нижньому рядку відносяться до симетричного змішано-стратегічного рівноваги, при якому кожен гравець з однаковою ймовірністю вибирає маршрути (O-A-D) і (O-B-D) в Грі 1.

Таблиця 3.3 - Гра 1 - Результати 2

		Гра 1	
Умова		К-сть обраних маршрутів (OAD) (з 6 гравців)	К-сть обраних маршрутів (OBD) (з 6 гравців)
ADD	Команда 1, 3	2.86	3.14
	<i>Дисперсія</i>	<i>1.00</i>	<i>1.00</i>
DELETE	Команда 2, 4	2.86	3.14
	<i>Дисперсія</i>	<i>0.72</i>	<i>0.72</i>
BOTH	Команда 1, 2, 3, 4	2.86	3.14
	<i>Дисперсія</i>	<i>0.86</i>	<i>0.86</i>
Рівновага		3	3

Таблиця 3.4 - Гра 2 - Результати 2

		Гра 2		
Умова		К-сть обраних маршрутів (OAD) (з 6 гравців)	К-сть обраних маршрутів (OBD) (з 6 гравців)	К-сть обраних маршрутів (OABD) (з 6 гравців)
ADD	Команда 1, 3	1.63	1.25	3.13
	<i>Дисперсія</i>	<i>0.88</i>	<i>0.94</i>	<i>1.22</i>
DELETE	Команда 2, 4	2.50	0.88	2.63
	<i>Дисперсія</i>	<i>1.02</i>	<i>1.12</i>	<i>1.41</i>
BOTH	Команда 1, 2, 3, 4	2.06	1.06	2.88
	<i>Дисперсія</i>	<i>0.95</i>	<i>1.03</i>	<i>1.32</i>
Рівновага		1	1	4

По-перше, для кожного з двох умов очевидно, що два маршрути в Грі 1 були обрані з однаковою ймовірністю. По-друге, з таблиці 3.4 видно, що маршрути (O-A-D) і (O-B-D) в Грі 2 були обрані разом в середньому по 45 відсоткам випробувань.

Розвертаючись поруч з динамікою гри, відображається середня кількість гравців, які обрали кожен з двох маршрутів в Грі 1. Відповідно до таблиці (Таблиця 3.5) ми бачимо, що команда з умовою DELETE легше знаходила рівновагу, аніж команди з умовою ADD, але критичної різниці в середньому

виборі двох маршрутів нема. Кожне з двох умов близько до 3.

Одна з можливих гіпотез, яку ми розглянули, полягає в тому, що випробовувані починають з випадкового вибору маршрутів в Грі 1 з рівними можливостями, але переходять до чисто-стратегічної рівноваги, коли ті ж 3 випробовуваних вибирають кожен з двох маршрутів, а потім випадково натикаються на нього. Зрештою, навіщо гравцеві відхилятися від рівноваги і тим самим збільшувати вартість своєї подорожі з 80 до 90? Результати не повністю виправдали наших очікувань. В умові ADD за сеанс ми знаходимо тільки дві зіграні гри з (3,3) і ні одного поспіль. Проте в умові гри DELETE ми знаходимо тільки шість зіграних ігор з рівновагою і по два рази три поспіль.

Можна зробити висновок, що гравці з досвідом легше знаходять рівновагу.

3.6 Аналіз вибору маршрутів

Якщо (3,3) розкол досягнутий на пробному t , гравець, який шукає вперед, може захотіти відхилитися від маршруту j на маршрут k на пробному $t + 1$, що спричинить за собою десятивідсоткове зниження заробітку, так як вона очікує, що два чи більше гравців відхиляться від більш важко обраного маршруту k на маршрут j на пробному $t + 2$. Якщо це станеться, вона може відновити свій програш, вибравши маршрут k також на пробному $t + 2$. Як ми покажемо нижче, ця перспективна "витончена" стратегія не окупилася. Друга причина полягає в тому, що деякі випробовувані дійсно роблять свої стратегії рандомізованими.

Звертаючись до Гри 2, найбільш критичний результат Експерименту 1 представлений на Рисунок 3.2 і 3.3, на яких відображено середня кількість гравців, які обрали кожен з трьох маршрутів в Грі 2. На Рисунок 3.2 показані результати для умови ADD і Рисунок 3.3 для умови DELETE.

В обох умовах (Рис 3.4, 3.5), майже 2/3 гравців вже вибрали домінуючий

маршрут (О-А-В-Д) в перших трьох випробуваннях. Маючи досвід проходження через транспортну мережу в Грі 2, частота вибору двох домінуючих стратегій зійшлися до нуля, а частота вибору маршруту (О-А-В-Д) - до 4-6.

На рисунках 3.2 і 3.3 видно, що для досягнення конвергенції треба мало 8 ітерацій. Результати, про які тут не повідомлялося, показують, що кілька гравців намагалися уникнути вибору "моста" в грі 2. Але при відсутності зв'язку їх сигнали не були почуті іншими гравцями, так як привабливість стратегії недостатнього рівноваги Парето виявилася занадто сильною, щоб опиратися. На рисунках 3.4, 3.5 відображено графіки вибору маршрутів.

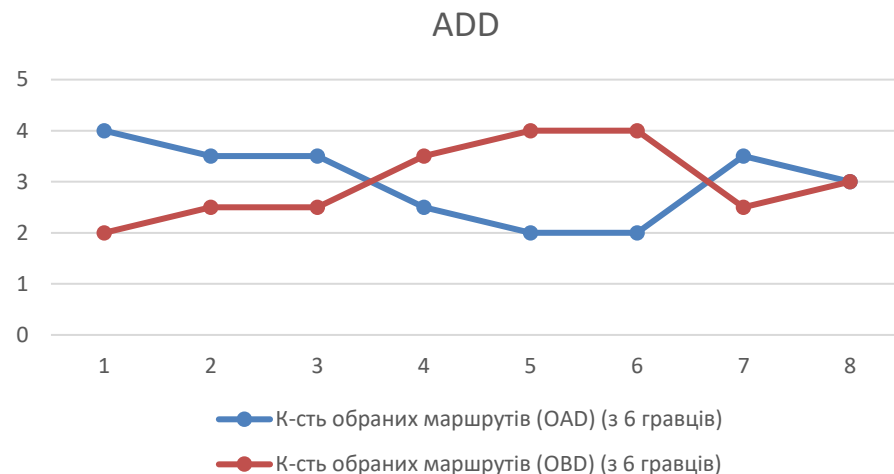


Рисунок 3.2 – Гра 1 – Графік вибору маршрутів ADD

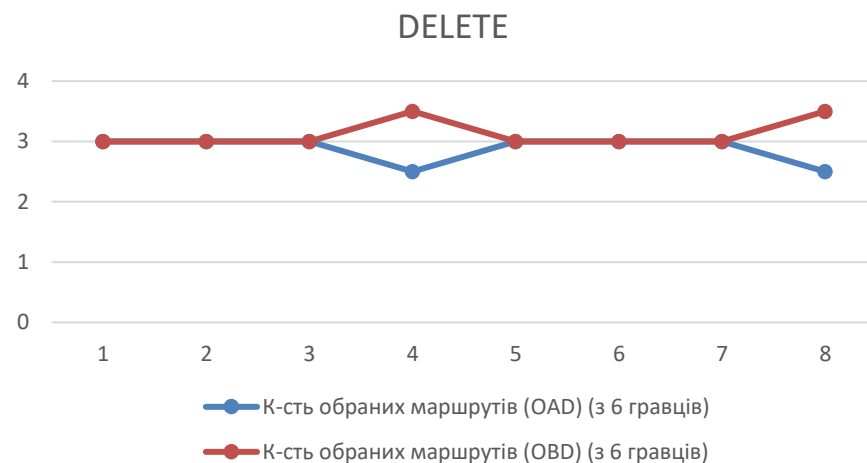


Рис 3.3 Гра 1 – Графік вибору маршрутів DELETE

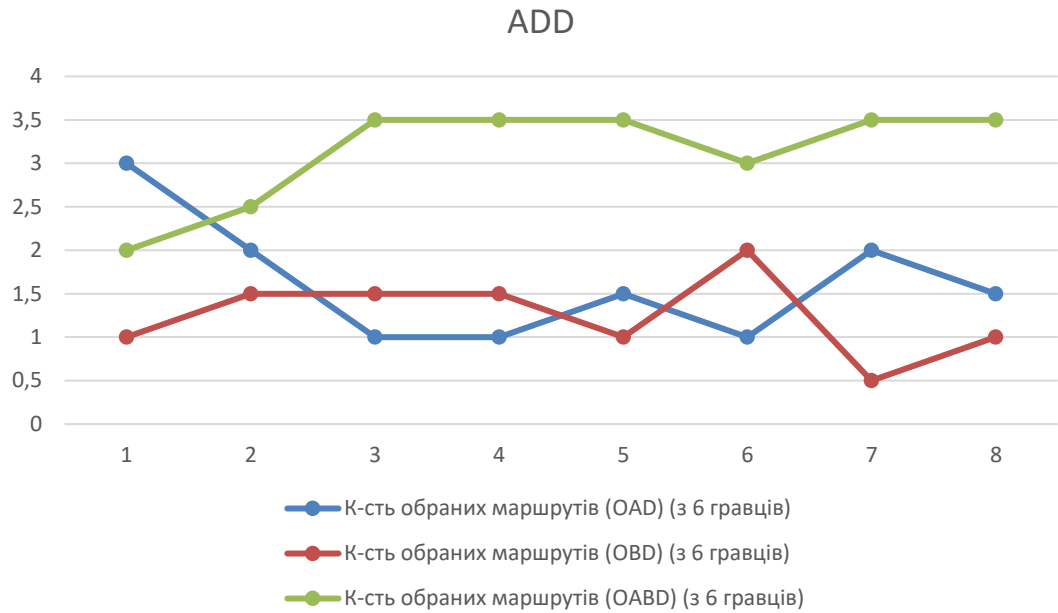


Рисунок 3.4 – Гра 2 – Графік вибору маршрутів ADD

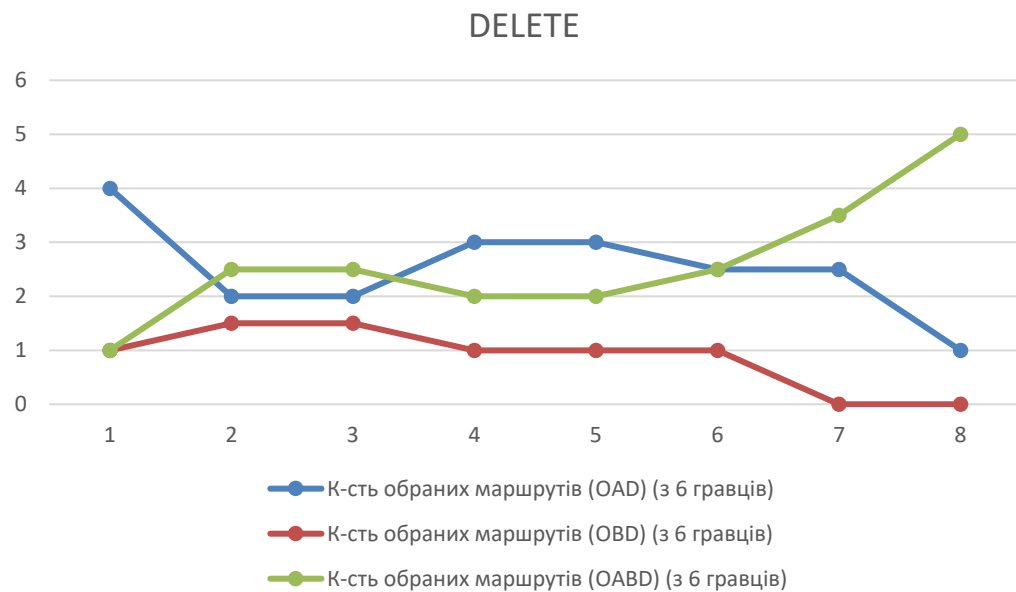


Рисунок 3.5 – Гра 2 – Графік вибору маршрутів DELETE

Зближення до чисто-стратегічній рівновазі в Грі 2 має на увазі, що відхилення від рівноваги з часом знижуються. Для формальної перевірки цього підтексту ми визначаємо відхилення від рівноваги як середнє абсолютне розходження між очікуваною і фактичною частотою вибору гравцями кожного маршруту, розрахованого по всіх маршрутах.

3.7 Аналіз виграшу в експерименті

Наступний графік (рис. 3.6, 3.7) нам показує, що кілька далекоглядних гравців могли б навмисне відхилитися від чисто стратегічної рівноваги в надії використовувати це відхилення в наступних випробуваннях. Інша можлива причина може бути заснована на характеристиках попиту в грі. Деякі гравці можуть просто не вірити, що від них очікують дотримуватися одного і того ж маршруту після досягнення рівноваги. Рандомізація маршрутів може пояснити поведінку ще однієї частини гравців. Всі ці причини взаємодіють з альтернативною вартістю одного відхилення від (3,3) поділу на (4,2), що, як ми повідомляли вище, знижує індивідуальний заробіток (рис. 3.6, 3.7).

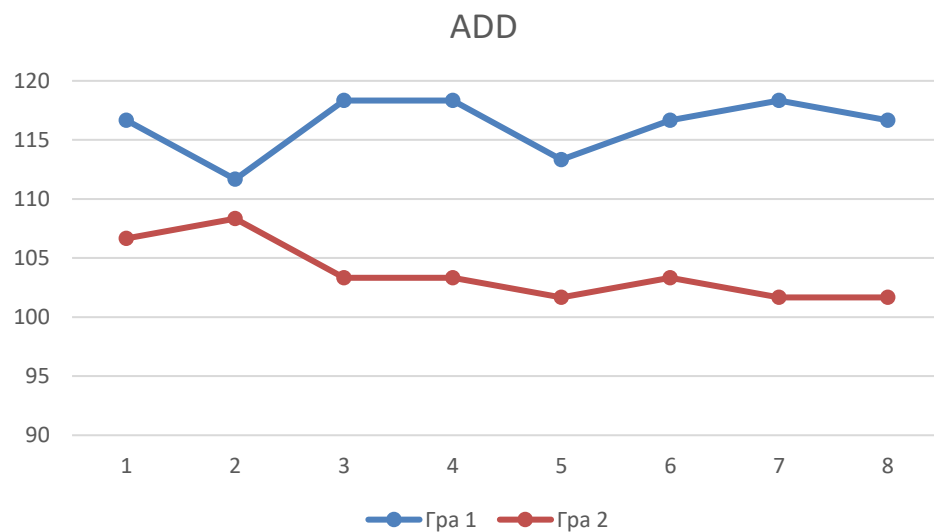


Рис 3.6 Графік заробітку залежно від зіграних ігор та ітерацій ADD

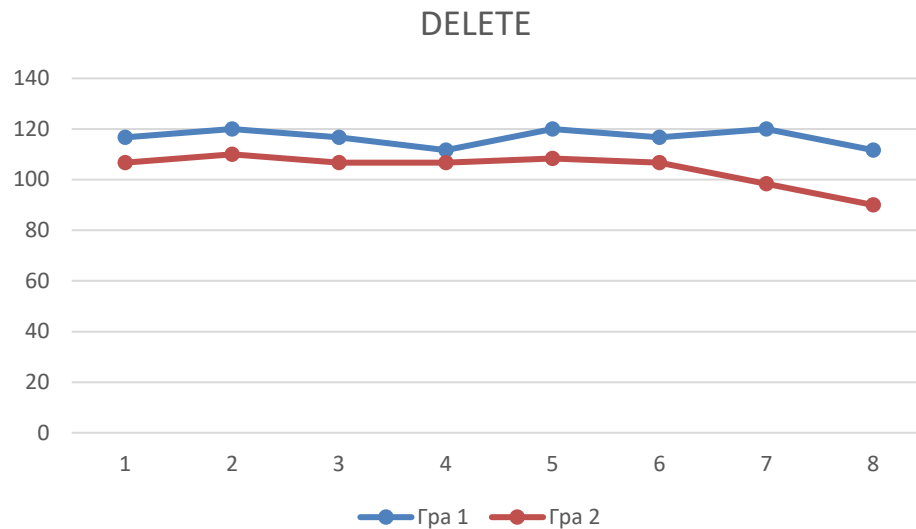


Рис 3.7 Графік заробітку залежно від зіграних ігор та ітерацій DELETE

3.8 Аналіз поведінки змінення маршруту

На рисунку 3.8 показано середня кількість змінень маршруту в ітераціях для Ігор 1 і 2. Перемикання для кожної ітерації обчислюються для всіх 24 гравців. Залежно від того, як гравці сходяться в Грі 2 за вибором маршруту (О-А-В-D), кількість змінень маршруту сходиться до нуля. На рисунку 3.8 видно, що навчання в Грі 2 відбувається повільно; в середньому, середня частота перемикачів зменшується тільки після 6 ітерації. На рисунку 3.8 далі видно відсутність тенденції до зниження середнього числа комутаторів в грі 1. Середнє число перемикачів на одне випробування в Грі 1 становить близько 6, в той час як змішано-стратегічну рівновагу дає очікуване значення 9 перемикачів.

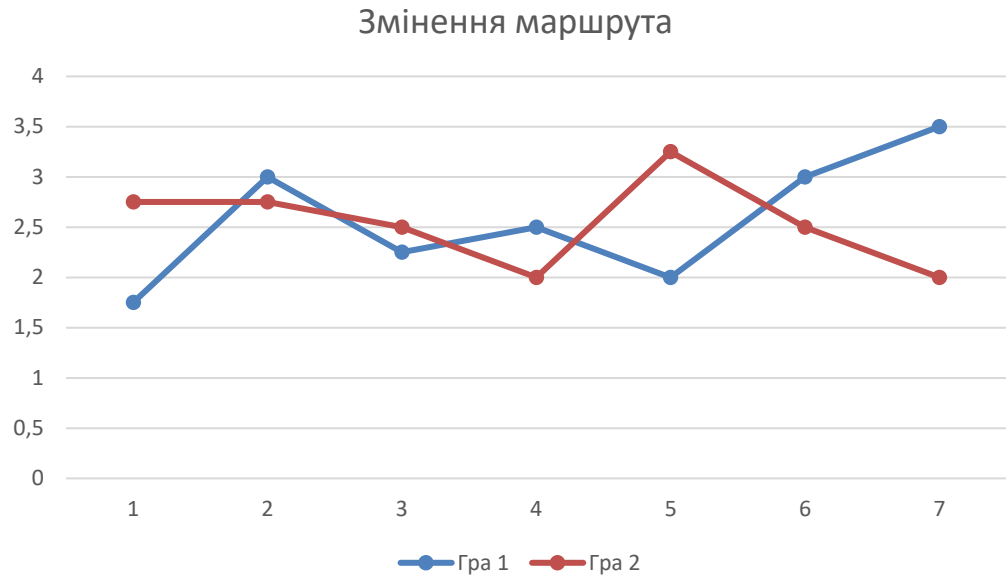


Рисунок 3.8 - Кількість змінень маршруту



Рисунок 3.9 - Частота змінень маршруту

Чи корисно змінювати маршрут? Щоб відповісти на це питання, ми провели аналіз. Протягом усіх чотирьох сеансів для кожної гри окремо ми співвідносили індивідуальну частоту перемикачів (мін = 0, макс = 7) і індивідуальний виграш за всіма 24 гравцям. Обидві кореляції були позитивними і незначущими: 0.28 для гри 1 і 0.23 для гри 2.

3.9 Індивідуальні відмінності

Переходячи до індивідуального аналізу, наші результати показують, що змішано-стратегічна рівновага не враховує всі індивідуальні варіанти маршруту. На рисунку 3.10 представлено частотний розподіл кількості гравців, які обирають маршрут (O-A-D) в Грі 1. Гіпотеза про те, що всі гравці з ймовірністю 0,5 обирають маршрут (O-A-D), категорично відкидається. Для ілюстрації цього на рисунку 3.10 показано, що 4 гравців вибрали маршрут (O-A-D) не більше 1-го разу, а 8 інших гравців вибрали його всі можливі рази.

Рисунок 3.10 зображує різні типи гравців, при якій кілька гравців вибирають один і той же маршрут майже на всіх 8 випробуваннях, а більшість інших змішують свої варіанти маршрутів, хоча і не обов'язково з однаковими ймовірностями.



Рисунок 3.10 – Частота вибору маршруту (O-A-D)

3.10 Модель структури витрат на перевезення як один із варіантів боротьби з пробками

У цьому розділі ми обговорюємо один із варіантів рішення проблеми трафіку та виникнення пробок - структуру витрат на перевезення. Зокрема, ми зосереджуємось на питанні, коли та за яких умов експлуатація автомобіля (збільшення річного пробігу автомобіля) призводить до значної економії витрат. Ми починаємо з подання наших результатів та числових прикладів, а потім обговоримо їх наслідки для нашого аналізу та інших пов'язаних з цим міркувань.

Ця модель витрат навмисно дуже проста, щоб зробити логіку максимально прозорими. Ми робимо наступні припущення: автомобіль коштує C і помирає через N км або A років, залежно від того, що відбудеться раніше. Річна процентна ставка в річному обчисленні становить r . Автомобіль проїжджає K км на рік; таким чином, його коефіцієнт використання пропорційний K . Паливо (або електроенергія), технічне обслуговування та страхування є різними витратами, m на км.

Визначаємо вартість за км, G , як число таке, що теперішня вартість усіх витрат на володіння та експлуатацію автомобіля протягом його життєвого циклу дорівнює теперішньому значенню витрати потоку G протягом усього пробігу автомобіля. Наприклад, якщо відсоткова ставка дорівнює нулю, то G - це просто загальна вартість володіння та експлуатації автомобіля протягом його терміну експлуатації, поділена на його пробіг протягом життя.

Припущення. Для $r > 0$, вартість за км G дорівнює

$$m + \frac{Cr}{K(1-e^{-rT})} \quad (3.1)$$

де $T = \min\{A, \frac{N}{K}\}$

При $r = 0$ вартість однієї милі дорівнює

$$G = m + \frac{C}{KT} \quad (3.2)$$

Доведення. Зауважимо, що T - вік, в якому автомобіль загине. Таким чином, теперішня вартість всіх витрат на володіння автомобілем та експлуатацію автомобіля протягом його терміну експлуатації дорівнює

$$C + \int_0^T mKe^{-rt} dt. \quad (3.3)$$

Теперішня вартість витрат потоку G дорівнює

$$\int_0^T GKe^{-rt} dt. \quad (3.4)$$

Результат пропозиції негайно впливає з рівнянь виразів (3.3) та (3.4).

Зауважимо, що при $r = 0$ немає розриву (тому що $\lim_{r \rightarrow 0} \frac{r}{1 - e^{-rT}} = \frac{1}{T}$).

Висновок. Якщо $r = 0$ і $N < AK$ (тобто реальна процентна ставка дорівнює нулю, а автомобілі гинуть від використання, а не від старості), збільшення річного пробігу не дає економії витрат.

Доведення. Якщо $AK > N$, то $T = KN$. Якщо, крім того, $r = 0$, тоді $G = m + NC$. Для будь-якого $K_0 > K$, маємо також $AK_0 > N$, і таким чином (при $r = 0$) $G_0 = m + NC$. Таким чином, якщо реальна відсоткова ставка дорівнює нулю, а коефіцієнт використання достатньо високий, щоб автомобіль помер від використання, вартість за милю не змінюється у міру збільшення коефіцієнта використання. ■

Щоб отримати відчуття величини економії від збільшення використання автомобіля, розглянемо приклад зі значеннями параметрів, які приблизно відповідають типовому українському автомобілю.

Приклад 1 Припустимо, автомобіль помирає через $N = 200\,000$ км або 15 років, залежно від того, що відбувається раніше. Новий автомобіль коштує $C = 30\,000$ доларів. Реальна процентна ставка - $r = 3\%$. Змінна вартість становить $m = 30$ \$ на км (що включає газ, технічне обслуговування та страхування).

У поданій нижче таблиці (табл. 3.5) наведено вартість за км G як функція щорічного пробігу K .

Таблиця 3.5 – Вартість за км

Щорічний пробіг	5,000	15,000	25,000	35,000	45,000	55,000	65,000	75,000
Економія за км від збільшення пробігу на 10000	79.67\$	48.20\$	46.87\$	46.32\$	46.02\$	45.83\$	45.70\$	45.61\$
	39.50%	2.75%	1.17%	0.65%	0.41%	0.28%	0.21%	0.16%

Зауважимо, що збільшення утричі щорічного пробігу від незвично низьких 5000 до більш типових 15000 призводить до економії близько 40%. Заощадження значні, тому що збільшення використання означає виїзд з автомобіля за довший термін його експлуатації. Однак потрібний щорічний пробіг знову до 45 000 (що відповідає коефіцієнту використання близько 15%) призводить до додаткового зниження витрат на проїзд за км менше 5%. На відміну від багатьох інших типів капіталу, віддача від збільшення використання автомобілів швидко зменшується, оскільки автомобілі зазвичай не «помирають від старості»: більша частина зносу відбувається за рахунок пробігу. (Зверніть увагу, що ймовірність пошкодити або втратити автомобіль при ДТП також пропорційна пробігу.) Якщо автомобіль помирає від пробігу, виграш від збільшення пробігу не від додаткових км, а скоріше від «значення часу пробігу за км. Таким чином, при низьких процентних ставках поза певним моментом виграш від збільшення обсягів використання дуже малий.

3.11 Наслідки та обговорення

Хоча результати в Розділі 3.10 є елементарними бухгалтерськими розрахунками, вони мають важливе значення для структури ринку перевезень.

Також, оскільки автомобілі для самостійного керування можна використовувати більш інтенсивно, ніж звичайні автомобілі, автовиробники матимуть більш сильний стимул, ніж раніше, будувати більш міцні машини.

Якщо і коли автомобілі стануть значно довговічнішими, ніж зараз, економічний вигаш від збільшення використання може стати значним, і тому економіка та структура транспортної галузі також зміниться.

Є ще одна можлива причина, чому використання автомобіля може бути важливішим, ніж пропонує наш приклад. Ми припускали, що протягом відповідного часового горизонту вартість автомобілів у реальних доларах залишається постійною. Поза сталого режиму, у часи, коли очікується зниження витрат на виготовлення автомобіля, зниження вартості може бути включено до моделі за рахунок збільшення параметра процентної ставки за рахунок очікуваного щорічного зниження витрат на керування автомобілями. У часи, коли очікується, що реальна ціна нових автомобілів буде швидко знижуватися, збільшення використання може призвести до значних заощаджень.

Ми закінчуємо цей розділ, підкреслюючи різницю між двома способами мислення про "збільшення використання автомобіля". Один із способів полягає у збільшенні відсотка часу користування автомобілем - і це звичайна інтерпретація, яку ми розглянули в цьому розділі. Інший спосіб, який ми наголошуємо в розділах 2 і 3, - це збільшення кількості автомобільних сидінь, які використовуються в часи, коли автомобіль їздить. Як ми бачили, подвоєння (або навіть утроєння) кількості км, які типовий автомобіль проїжджає за рік, зменшує вартість за км менше ніж на 5%. А подвоєння середньої кількості водіїв у автомобілі знижує вартість одного пасажира на 50%. Таким чином, потенційні економічні вигоди від проїзду на автомобілі (більша експлуатація сидінь) на порядок більше, ніж економічні вигоди від збільшення частки часу, коли використовується кожен автомобіль - перш ніж ми порахуємо позитивні зовнішні ефекти, які автолюбители накладають на інших водіїв, зменшуючи траєкторію.

3.12 Висновки до розділу 3

Закінчемо декількома зауваженнями щодо наших рамок та результатів та їх потенційного розширення та узагальнення.

Одне спрощуюче припущення в нашій моделі полягає в тому, що поки кількість автомобілів на ділянці дороги не перевищує пропускну здатність цього сегмента, швидкість потоку не залежить від кількості автомобілів. Іншими словами, поки кількість автомобілів, які намагаються їхати на відрізок дороги, є її потужністю або нижче, ніхто не має додаткової вигоди від того, щоб намагатися зменшити цю кількість далі (шляхом подальшого підвищення плати за проїзд або іншими способами). Як ми обговорювали, це наближення є дуже точним для автомобільних доріг: максимальна пропускна здатність досягається на швидкостях, близьких до межі швидкості. Для міст зв'язок між кількістю автомобілів та швидкістю руху транспорту є поступовим. Однак, як і у випадку з автомобільними дорогами, ключовим фактором для ефективного управління транспортом є підтримка попиту на подорожі нижче рівня гіперконденсації, де швидкості руху і загального падіння пропускної здатності. Це той підхід, який природно включає наш підґрунтя. Цей підхід, хоча є лише наближенням до повної максимізації соціального добробуту, має важливу перевагу в тому, що він може бути реалізований виключно на основі даних про поточні потоки, без необхідності оцінювати чи приймати судження про переваги вершників. І реалізація цього підходу була б вже значним покращенням порівняно зі статусом. Таким чином, ми розглядаємо цей підхід, орієнтуючись на оптимізацію загального потоку траси (на відміну від включення набагато більш запутаної комунальної торгівлі між швидкістю та потоком) як правильний перший крок для загальнодоступних платних систем. Сказавши це, ми повинні зазначити, що наші рамки також легко дозволяють регулятору реалізовувати більш гнучку політику управління транспортними потоками.

Далі наша модель дозволяє змінювати час транспортування, що змінюється у часі, та вміщує плату за користування чутливою часом. Однак передбачається, що коливання попиту відомі. Природним питанням є те, як модель змінилася б у світі з невизначеністю, з непередбачуваними коливаннями транспортного попиту чи пропускної спроможності. Незважаючи на те, що аналіз цього питання виходить за межі цього документу, ми зазначимо, що в багатьох місцях трафік є цілком передбачуваним і відбувається з регулярними схемами (наприклад, вранці та ввечері, коли їздять у будні дні). Таким чином, навіть якщо ми обмежимо увагу до детермінованих (але залежних від часу) платних платежів і встановимо тарифи згідно з тими закономірними схемами, щоб гарантувати, що трансакція вільно протікає велику частину часу, ця детермінована політика може залучати велику частину потенціалу догори (відносно повністю гнучких стохастичних платних платежів, які регулюються коливанням попиту та пропозиції в режимі реального часу). Наш підхід пропонує ринкове рішення, яке дозволяє досягти соціально ефективного результату.

РОЗДІЛ 4 ФУНКЦІОНАЛЬНО-ВАРТІСНИЙ АНАЛІЗ ПРОГРАМНОГО ПРОДУКТУ

4.1 Постановка задачі проектування

У даному розділі проводиться оцінка програмного продукту призначеного для вирішення диференційної групової гри переслідування. Програма була створена використовуючи мову програмування Python.

Середовищем розробки - редактор PyCharm, стандартне розширення .py дозволяє використовувати розроблений програмний продукт на будь-якій системі, незалежно апаратного забезпечення та її конфігурації.

Нижче наведено аналіз різних реалізацій гри переслідування з метою вибору оптимального, з огляду при цьому на основні фактори, які впливають на роботу програми якість вихідного продукту.

4.2 Обґрунтування функцій програмного продукту

Основні функції продукту:

1. F_1 – розробка та побудова деякого набору алгоритмів, з метою використання при тестуванні : а) використання існуючих бібліотечних методів; б) власна розробка алгоритмів.
2. F_2 – алгоритм підбору даних для тестування: а) випадковим чином, б) заздалегідь відому частину.
3. F_3 – вибір мови програмування: а) мова програмування C++; б) мова програмування Python; в) мова програмування Java

Побудуємо морфологічну карту за даними варіантами (Рисунок 4.1).

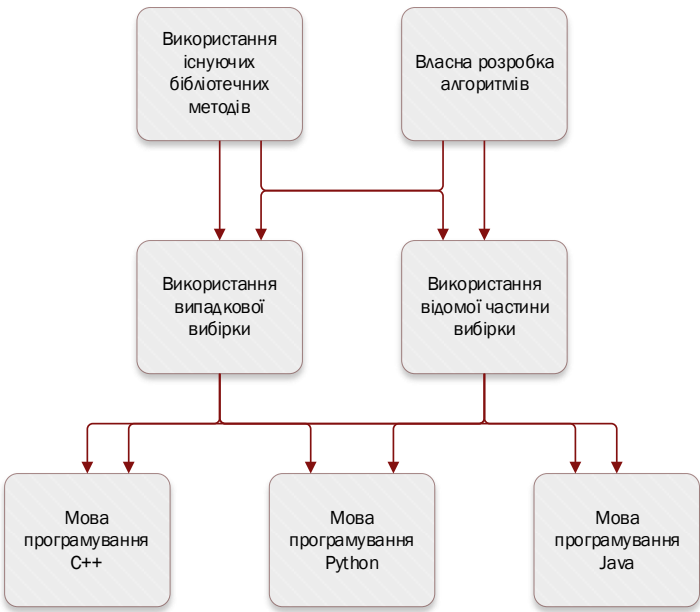


Рисунок 4.1 - Морфологічна карта

Позитивно-негативна матриця варіантів основних функцій (таблиця 4.1).

Табл.4.1. Позитивно-негативна матриця

Основні функції	Варіанти реалізації	Переваги	Недоліки
F1	А	Швидкість розробки продукту	Відсутність контролю за роботою алгоритмів та можливості внесення правок
	Б	Можливість налаштовувати алгоритми під власні потреби	Час, необхідний на розробку продукту
F2	А	Більша якість тестів	Відсутність визначенності вихідних даних. Більш складний та клопітний алгоритм підбору даних
	Б	Контроль вихідних даних	Необхідність контролю вибору
F3	А	Швидкодія	Час на програмування
	Б	Функціонал	Час виконання
	В	Кросплатформеність, об'єктно-орієнтоване програмування	Час на програмування та виконання

4.3 Обґрунтування системи параметрів

Для оцінювання якості розглянутих реалізацій обрані параметри, описані нижче. Для визначення оцінки реалізацій виберемо параметри, описані в (табл.4.2). Також в (табл.4.2) наведені їх значення.

Таблиця 4.2 - Основні параметри програми

Назва параметру	Умовні позначення	Одиниці виміру	Значення параметра		
			гірші	середні	кращі
Час на оволодіння теорією	X1	год	150	50	20
Час на вирішення задачі	X2	год	30	15	10
Час на реалізацію програми	X3	год	60	30	10

Побудуємо графічні характеристики параметрів (рисунок 4.2).

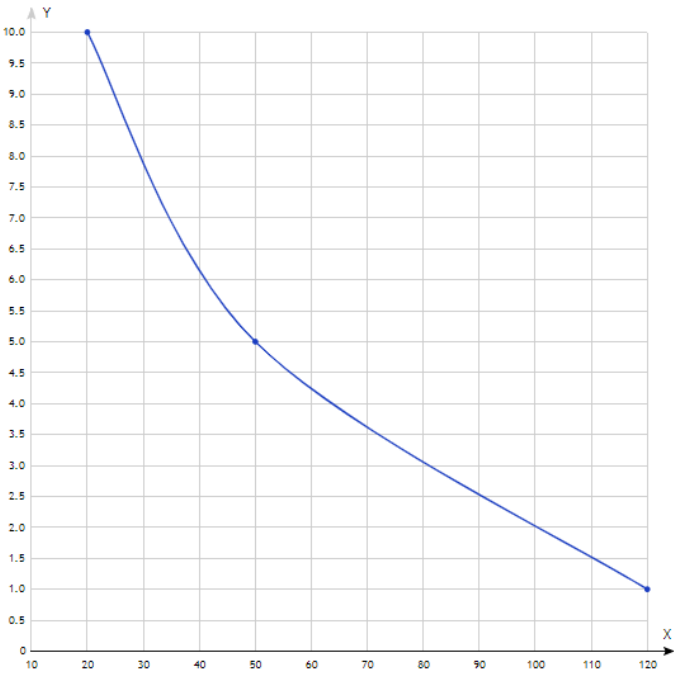


Рисунок 4.2 – Значення параметру X1

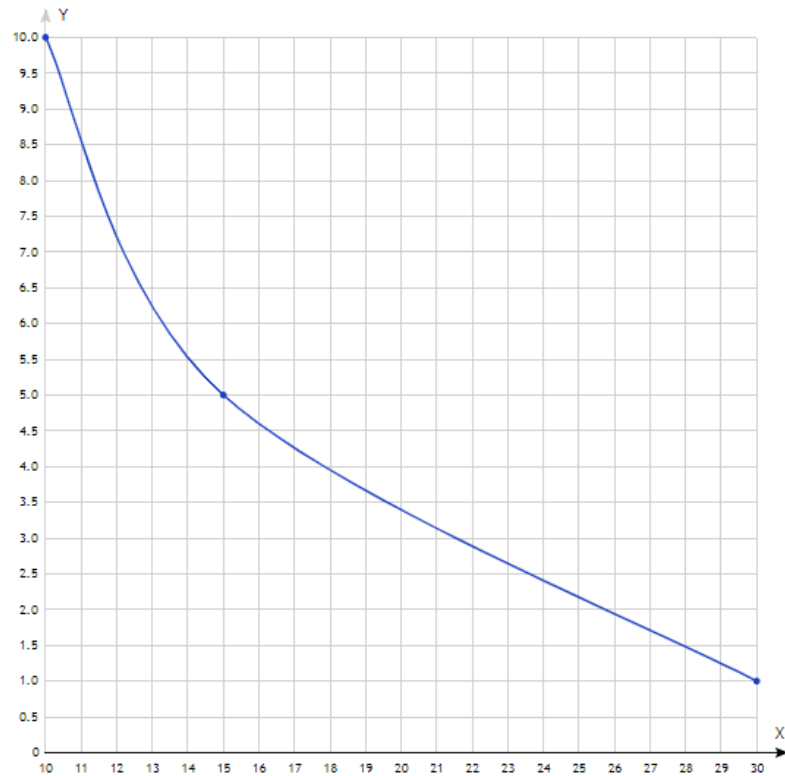


Рисунок 4.3 – Значення параметру X2

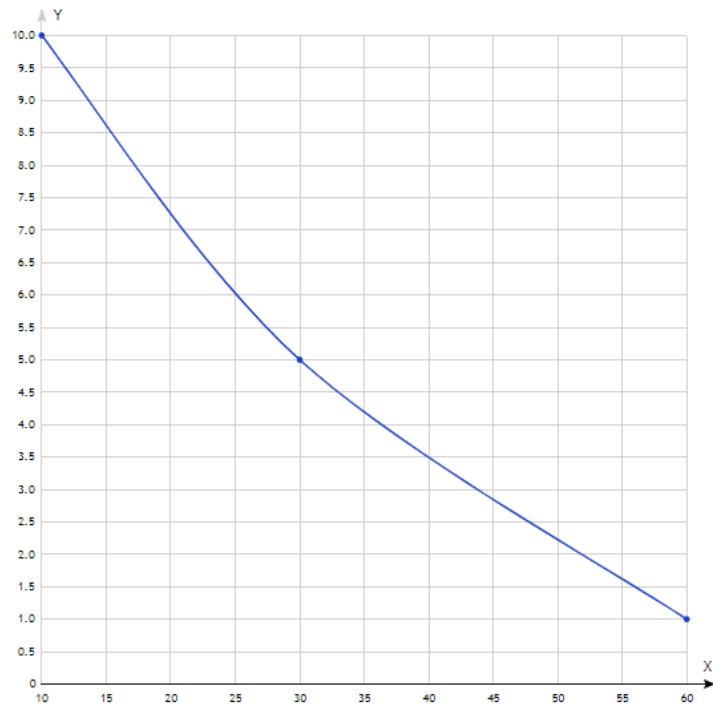


Рисунок 4.4 – Значення параметру X3

Оцінимо вагомість параметрів методом попарного зрівняння. Ранги варіюються від 1 до 3. Найбільшим рангом приймаємо ранг 3, та, відповідно, найменшим є 1. Результати наведені в табл. 4.3-4.4

Таблиця 4.3 - Результат оцінки параметрів

Параметр	Назва параметра	Одиниці виміру	Ранг параметра за оцінкою експерта							Сума рангів R_i	Відхилення Δ_i	Δ_i^2
			1	2	3	4	5	6	7			
X1	Час на оволодіння теорією	год	2	2	1	1	1	1	1	9	-5	25
X2	Час на вирішення задачі	год	3	3	3	3	3	3	3	21	7	49
X3	Час на реалізацію програми	год	1	1	2	2	2	2	2	12	-2	4
	Разом		6	6	6	6	6	6	6	42	0	78

Таблиця 4.4 - Попарне порівняння параметрів (мін ранг 1, max - 3). Чим більший ранг присвоюємо параметру, тим важливіший він, і навпаки.

Параметри	Експерти							Підсумкова оцінка	Коефіцієнт переваги (x_{ij})
	1	2	3	4	5	6	7		
X1 та X2	>	>	<	<	<	<	<	<	0.5
X2 та X3	>	>	>	>	>	>	>	>	1.5
X3 та X1	<	<	>	>	>	>	>	>	1.5

Коефіцієнт узгодженості дорівнює

$$W = \frac{12S}{N^2(n^3-n)} = \frac{12 \cdot 78}{49(27-3)} \approx 0.796 > 0.67$$

Отже, результати вважаємо достовірними. За результатами попарного порівняння обчислюємо вагомість кожного з критеріїв (табл. 4.5)

Таблиця 4.5 – Розрахунок вагомості параметрів

Параметри	Параметри			Перша ітерація		Друга ітерація	
	X1	X2	X3	b_i	K_{bi}	b_i^1	K_{bi}^1
X1	1	0.5	0.5	2	0.222	5.5	0.22
X2	1.5	1	1.5	4	0.444	11.5	0.46
X3	1.5	0.5	1	3	0.333	8	0.32
Всього:				9	1	25	1

4.4 Аналіз варіантів реалізації функцій

Проаналізувавши дані, ми можемо залишити лише такі варіанти:

$$F_1 \text{ Б} - F_2 \text{ А} - F_3 \text{ Б} \quad \text{і} \quad F_1 \text{ Б} - F_2 \text{ Б} - F_3 \text{ Б}$$

Таблиця 4.6 - Обчислення коефіцієнтів рівня якості

Основні функції	Варіант реалізації функції	Параметри	Абсолютне значення параметра	Бальна оцінка параметра	Коефіцієнт вагомості параметра	Коефіцієнт рівня якості
F1	Б	X1	30	7.68	0.22	1.69
		X2	10	10	0.46	4.60
F2	А	X1	20	10	0.22	2.20
		X2	15	5	0.46	2.30
	Б	X1	100	2	0.22	0.44
		X2	20	3.4	0.46	1.56
F3	Б	X3	30	6	0.32	1.92

Отже, рівень якості для варіантів складе

$$K1 = 1.69 + 4.6 + 2.2 + 2.3 + 1.92 = 12.7$$

$$K2 = 1.69 + 4.6 + 0.44 + 1.56 + 1.92 = 10.21$$

4.5 Економічний аналіз варіантів розробки програми

Для визначення вартості розробки спочатку проведемо розрахунок трудомісткості. Обидва варіанти реалізації складаються з наступних завдань:

1) Розробка алгоритму

2) Розробка програмного продукту.

Також кожен з варіантів має додаткове завдання. Для першого варіанту додаткове завдання:

3.1) Підготовка теоретичної бази для вирішення задачі

Для другого варіанту додаткове завдання:

3.2) Створення власної теоретичної бази для вирішення задачі

Для завдання 1: (алгоритм групи складності 1, ступінь новизни В, вид використаної інформації – НДІ) $T_p = 43$ людино-днів, $K_{\Pi} = 0.81$, $K_{СК} = 1$, $K_{СТМ} = 1$. Тому $T_1 = 43 * 0.81 = 34.83$ людино-дні.

Для завдання 2: (алгоритм групи складності 1, ступінь новизни А, вид використаної інформації – НДІ) $T_p = 90$ людино-днів, $K_{\Pi} = 1.7$, $K_{СК} = 1$, $K_{СТ} = 0.7$. Тому $T_2 = 90 * 1.7 * 0.7 = 107.1$ людино-дні.

Для додаткового завдання 3.1: (алгоритм групи складності 3, ступінь новизни В, вид використаної інформації НДІ) $T_p = 12$ людино-днів, $K_{\Pi} = 0.6$, $K_{СК} = 1$, $K_{СТ} = 0.7$, $K_{СТ.М} = 1$. Тому $T_{31} = 12 * 0.6 = 7.2$ людино-днів.

Для додаткового завдання 3.2: (алгоритм групи складності 3, ступінь новизни А, вид використаної інформації НДІ) $T_p = 27$ людино-днів, $K_{\Pi} = 1.26$, $K_{СК} = 1$, $K_{СТ} = 0.7$, $K_{СТ.М} = 1$. Тому $T_{32} = 27 * 1.26 = 34.02$ людино-днів.

Звідси виходить, що повна трудомісткість першого варіанту $T = 34.83 + 107.1 + 7.2 = 149.13$

А повна трудомісткість другого варіанту $T = 34.83 + 107.1 + 34.02 = 175.95$

В розробці мають брати участь один програміст з окладом 8 000 грн та один аналітик з окладом 10 000. Погодинна заробітна плата працівників складе: $C = (8000 + 10000) / 2 * 21 * 8 = 53.57$ грн

$$1) C = 149.13 * 53.57 * 1.2 * 8 = 76693.38 \text{ грн}$$

$$2) C = 175.95 * 53.57 * 1.2 * 8 = 90486.15 \text{ грн}$$

Відрахування ЄСВ складають 22%, або, поваріантно

$$1) C' = C1 * 0.22 = 76693.38 * 0.22 = 16872.54 \text{ грн}$$

$$2) C' = C2 * 0.22 = 90486.15 * 0.22 = 19906.95 \text{ грн.}$$

Визначаємо витрати на оплату однієї машино-години. З урахуванням заробітної плати програміста в розмірі 8000 грн з коефіцієнтом зайнятості 0.2, отримуємо: $C_{\Gamma} = 12 \cdot M \cdot K_3 = 12 \cdot 8000 \cdot 0.2 = 19200 \text{ грн}$

Включаючи додаткову плату: $C_{3\pi} = C_{\Gamma} \cdot (1 + K_3) = 19200 \cdot 1.2 = 23040 \text{ грн}$

Відповідно, відрахування на соціальний внесок складуть $C_{\text{Від}} = C_{3\pi} \cdot 0.22 = 23040 \cdot 0.22 = 5068.8 \text{ грн}$

Амортизаційні відрахування розраховуємо при амортизації 25% та вартості ЕОМ – 10000 грн.

$C_A = K_{\text{ТМ}} \cdot K_A \cdot C_{\text{Пр}} = 1.15 \cdot 0.25 \cdot 10000 = 2875 \text{ грн}$

Профілактичні трати $C_P = K_{\text{ТМ}} \cdot K_P \cdot C_{\text{Пр}} = 1.15 \cdot 0.05 \cdot 10000 = 575 \text{ грн}$

Ефективний годинний фонд $T_{\text{ЕФ}} = (D_K - D_B - D_C - D_P) \cdot t_3 \cdot K_B = (365 - 104 - 11 - 16) \cdot 8 \cdot 0.9 = 1684.8 \text{ годин}$. Звідси виходить, що витрати на оплату електроенергії, з урахуванням ПДВ, складуть:

Витрати на оплату електроенергії (з урахуванням ПДВ):

$C_{\text{ЕЛ}} = 1684.8 \cdot 0.2 \cdot 0.3 \cdot 1.75 = 176.9 \text{ грн}$

Накладні витрати складуть $C_H = C_{\text{Пр}} \cdot 0.67 = 10000 \cdot 0.67 = 6700 \text{ грн}$

Річні витрати на експлуатацію $C_{\text{ЕКС}} = C_{3\pi} + C_{\text{Від}} + C_A + C_P + C_{\text{ЕЛ}} + C_H = 40320 + 8870 + 2875 + 575 + 176.9 + 6700 = 59\,516.9 \text{ грн}$

Тоді собівартість однієї машино-години складе

$C_{\text{М-Г}} = C_{\text{ЕКС}} / T_{\text{ЕФ}} = 59\,516.9 / 1684.8 = 35.32 \text{ грн/год}$

Тоді витрати на оплату машинного часу складають:

1) $C_M = 35.32 \cdot 149.13 = 5268.415$

2) $C_M = 35.32 \cdot 175.95 = 6214.554$

Накладні витрати становитимуть 67% від заробітної плати:

$0.67 \cdot 76693.38 = 51384.31$ для першого варіанту

$0.67 \cdot 90486.15 = 80838.0741$ для другого для другого варіанту

Таким чином, вартість розробки ПП та проведення дослідів складає:

$C_{\text{ПП}} = C_{3\pi} + C_{\text{Від}} + C_M + C_H$

Відрахування ЄСВ складають 22%, або, поваріантно

Для першого: $51384.31 + 16872.54 + 5268.415 + 51384.31 = 124969.6$

Для другого: $80838.07 + 19906.95 + 6214.554 + 80838.0741 = 187869.8$

4.6 Вибір кращого варіанту ПП техніко-економічного рівня

Коефіцієнти техніко-економічного рівня, розраховані за формулою $K_{\text{тер}j} = K_{kj} / C_{\Phi j}$.

$K_{\text{тер}1} = 12.7 / 124969.6 = 1.01 \cdot 10^{-4}$ для першого варіанту реалізації

$K_{\text{тер}2} = 10.21 / 187869.8 = 5.43 \cdot 10^{-5}$ для другого варіанту реалізації

4.7 Висновки до розділу

Отже, враховуючи всі дослідження, які ми провели, можна сказати, що другий варіант реалізації є найбільш оптимальним з розглянутої точки зору.

ВИСНОВКИ ДО РОБОТИ

В ході виконання дипломної роботи було досліджено парадокс Браєса, на основі проведених ігор та запропоновано нову структуру ціноутворення на дорогах. В даній роботі розглянуто важливість детального аналізу транспортних і комунікаційних мереж, та до чого можуть привести необдумані дії зі сторони влади.

В роботі були виконані дослідження на основі проведених експериментів-ігор з участю 24 людей різного віку, фінансового стану, з та без водійських прав. Були проаналізовані відповіді і в ході експерименту виявлено парадокс Браєса.

Були виконані наступні задачі: а) досліджен парадокс Браєса в потоці трафіку, б) розроблен алгоритм аналізу впливу додатково відбудованого маршрута в транспортній мережі та його можливість на оптимізацію трафіку на дорогах, в) запропонований варіант оптимізації фінансових транспортних витрат.

ПЕРЕЛІК ДЖЕРЕЛ ПОСИЛАННЯ

1. Traffic Index 2019. TomTom.
URL: https://www.tomtom.com/en_gb/traffic-index/ranking/?fbclid=IwAR31TQtQiDzWzVge1ABEysmrHRn9hYSTh9FxtDI t5SFeSSGR5vuT1mxRaG0
2. М. Воловик. Як побороти пробки? XX Міжнародна студентська науково-практична конференція “Science and Technology of the XXI Century”, 2017
3. Nagurney. The Braess Paradox, 2020, 17 с.
4. M. Herty, G. Visconti. A two-dimensional data-driven model for traffic flow on highways.
URL: [https://www.researchgate.net/publication/317951775_A_two-dimensional_data-driven_model_for_traffic_flow_on_highways?enrichId=rgreq-e0c279ca67b9ec438b42a8c89b23554b-XXX&enrichSource=Y292ZXJQYWdlOzMxNzk1MTc3NTtBUzo1MDk5MTA4MTY4MzZAMTQ5ODU4MzYyMDg1Ng%3D%3D&el=1_x_3&esc=publicationCoverPdf](https://www.researchgate.net/publication/317951775_A_two-dimensional_data-driven_model_for_traffic_flow_on_highways?enrichId=rgreq-e0c279ca67b9ec438b42a8c89b23554b-XXX&enrichSource=Y292ZXJQYWdlOzMxNzk1MTc3NTtBUzo1MDk5MTA4MTY4MzM1MzZAMTQ5ODU4MzYyMDg1Ng%3D%3D&el=1_x_3&esc=publicationCoverPdf) (звернення 13.06.2017)
5. Arnott, R., De Palma, A., Lindsey, R. Economics of bottleneck. J. Urban Econ, 1990, с. 111–130.
6. Arnott, R., De Palma, A., Lindsey, R. A structural model of peak-period congestion: A traffic bottleneck with elastic demand. Amer. Econ. Rev. 83, 1993, 161–179.
7. Axelrod, R. The Evolution of Cooperation. Basic Books, New York, 1984.
8. Braess, D. Über ein Paradoxon der Verkehrsplanung, 1968, с. 258–268.
9. Cohen, J.E. The counterintuitive in conflict and cooperation, 1988, 577–584.
10. Cohen, J.E., Kelly, F.P. A paradox of congestion in a queueing network, 1990, с. 730–734.
11. Dafermos, S.C., Nagurney, A. On some traffic equilibrium theory paradoxes,

- 1984, c. 101–110.
12. Fisk, C. More paradoxes in the equilibrium assignment problem, 1979, c. 305–309.
13. Frank, M. The Braess paradox, 1981, c. 283–302.
14. Kelly, F.P. Network routing. *Philos*, 1991, c. 343–367.
15. Penchina, C.M. Braess paradox: Maximum penalty in a minimal critical network, 1997, c. 379–388

ДОДАТОК А ІНСТРУКЦІЯ ДО ІГОР

Інструкції до Гри 1

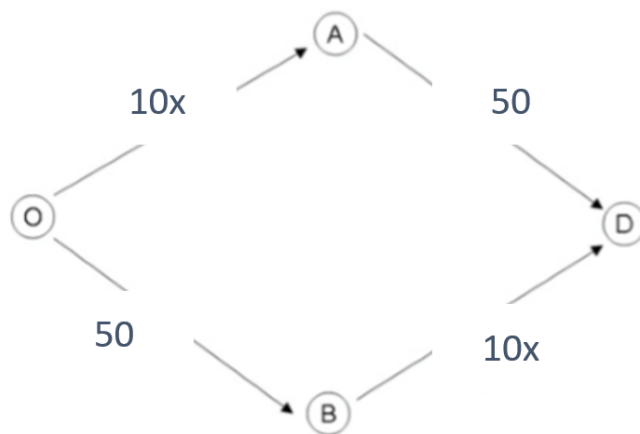
Ласкаво просимо на експеримент по вибору маршруту в дорожніх мережах. Під час цього експерименту вам буде запропоновано прийняти безліч рішень по вибору маршруту в грі в дорожніх мережах. Ваша віддача буде залежати від рішень, які ви приймаєте, а також від рішень, прийнятих іншими учасниками.

Будь ласка, зверніть увагу, що в подальшому спілкування між учасниками строго заборонено. Якщо вони будуть спілкуватися один з одним в будь-якій формі, експеримент буде скасований.

Гра в дорожню мережу

В цьому експерименті беруть участь 6 осіб, в тому числі і ви, яких попросять виступити в ролі водіїв та вибрати маршрут для подорожі в двох мережевих іграх, описаних нижче. Ці дві гри будуть відрізнятися один від одного. Нижче ми представляємо інструкцію до Гри 1. Інструкція для Гри 2 будуть представлені після того, як ви завершите Гру 1. Ви будете грати в Гру 1 протягом 8 ідентичних раундів.

Опис Гри 1. Розглянемо дуже просту мережу трафіку, представлену у вигляді діаграми.



Кожен водій повинен вибрати один з двох маршрутів для того, щоб

дістатися від початкової точки, позначеної буквою O, до кінцевого пункту призначення, позначеного літерою D. Існують два альтернативних маршруту, які позначаються на схемі або [O-A-D], або [O-B-D].

Поїздки завжди дорогі з точки зору часу, необхідного для завершення ділянки дороги, оплати за проїзд, палива і т.д. Вартість проїзду записується поруч з кожним сегментом обраного вами маршруту. Наприклад, при виборі маршруту [O-A-D] стягується загальна вартість $10X + 50$, де X позначає кількість учасників, що вибрали сегмент [O-A] для проїзду від O до D, плюс фіксована вартість 50 для проїзду по сегменту [B-D]. Аналогічно, при виборі маршруту [O-B-D] стягується загальна вартість проїзду $50 + 10Y$, де Y позначає кількість учасників, що вибрали сегмент [B-D] для проїзду з O в D. Зверніть увагу, що вартість проїзду за сегментами [O-A] і [B-D] залежить від кількості обраних водіїв. На відміну від цього, вартість проїзду по сегментам [A-D] і [O-B] фіксована на рівні 50 і не залежить від кількості обраних водіїв. Всі водії вибирають маршрут незалежно один від одного і одночасно залишають точку O.

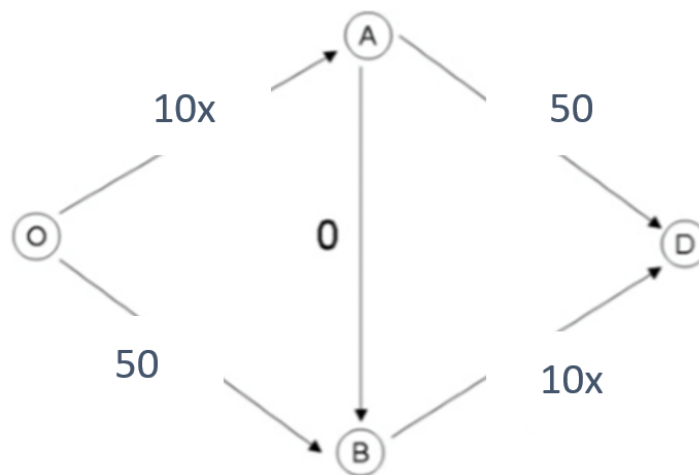
Приклад. Якщо Ви єдиний водій, який вибирає маршрут [O-A-D], а всі інші 5 водіїв вибирають маршрут [O-B-D], то вартість Вашого проїзду з точки O в точку D буде дорівнює $(10 \times 1) + 50 = 60$. Якщо на іншому колі ви і ще 2 водія вибираєте маршрут [O-B-D], а ще 15 водіїв вибирають маршрут [O-A-D], то ваші витрати на проїзд в цьому колі дорівнюватимуть $50 + (10 \times 3) = 80$.

На початку кожного раунду ви отримаєте 200 балів. Виплата за кожне коло буде визначатися шляхом віднімання вартості проїзду з суми пожертвування. В продовження попереднього прикладу, якщо вартість вашого проїзду в кожному раунді становить 80 пунктів, ваша виплата складе $200 - 80 = 120$ пунктів. Якщо 60, то ваша оплата за цей раунд складе $200 - 60 = 140$ балів.

В кінці кожного раунду ви будете проінформовані про кількість водіїв, які обрали кожен маршрут, і про те, яку суму ви заплатите за цей раунд. Всі 8 раундів в 1-й грі мають однакову структуру.

Інструкції до Гри 2

Гра 2 дуже схожа на Гру 1 за винятком того, що ми додали ще один відрізок від точки А до точки В з нульовою вартістю подорожі. Як результат, вибираючи маршрут подорожі у цій новій транспортній мережі, тепер вам потрібно вибрати один із трьох маршрутів, а саме маршрут [О-А-Д], маршрут [О-В-Д] або маршрут [О-А-В-Д]. Як і в Грі 1, ви повинні вибрати один маршрут подорожі. Транспортна мережа для гри 2 відображається нижче.



Опис Гри 2. Дорожні витрати розраховуються точно так само, як у Грі 1. Якщо ви виберете маршрут [О-А-Д], вам стягуватиметься загальна вартість поїздки ($10X + 50$), де X вказує кількість водіїв, які обрали сегмент [О-А] для подорожі з О до D через будь-який маршрут [О-А-Д] або маршрут [О-А-В-Д]. Аналогічно, якщо ви виберете маршрут [О-В-Д], вам стягуватиметься загальна вартість поїздки ($50 + 10Y$), де Y вказує кількість водіїв, які обрали сегмент [В-Д] для подорожі з О до D через будь-який маршрут [О-В-Д] або маршрут [О-А-В-Д]. Якщо ви вибираєте маршрут О-А-В-Д, вам доведеться витратити загальну вартість поїздки ($10X + 0 + 10Y$), де X вказує кількість водіїв, які обрали сегмент [О-А] для проїзду з О до D, і Y вказує кількість водіїв, які обрали відрізок [В-Д] для проїзду від О до D. Зауважте, що, на відміну від Гри 1, водії, які вибирають маршрут [О-А-Д] та маршрут [О-А-В-Д], ділять

відрізок [O–A]. Аналогічно, водії, які вибирають маршрути [O–B–D] та [O–A–B–D], ділять сегмент [B–D].

Приклад. Припустимо, що ви вибрали маршрут [O–A–B–D], 2 інші водії вибирають маршрут [O–A–D], а 3 інших обирають маршрут [O–B–D]. Тоді ваша загальна вартість поїздки за цей період дорівнює $(10 \times 3) + 0 + (10 \times 4) = 70$. Зауважте, що в цьому прикладі троє водіїв (включаючи вас) подорожували на сегменті [O–A] і чотири водіїв (знову ж таки, у тому числі ви) подорожували сегментом [B–D], щоб перейти від O до D. Кожен з 2-х драйверів, що вибирають за маршрут [O–A–D] стягується вартість поїздки $(10 \times 3) + (50) = 80$, а кожному з 3 водіїв, які вибирають маршрут [O–B–D], стягується вартість поїздки в розмірі $(50) + (10 \times 4) = 90$. Як і в Грі 1, на початку кожного раунду ви отримуватимете 200 очок. Ваша виплата за кожен раунд визначатиметься, віднімаючи загальну вартість поїздки від кінцевого внеску вперед в раунді.

Виплати визначатимуться точно так само, як у Грі 1.

Дякуємо вам за участь у цьому експерименті!

ДОДАТОК Б ІЛЮСТРАТИВНИЙ МАТЕРІАЛ



Мета

2



Дослідження
парадоксу Браєса в
потоці трафіку



Аналіз впливу додатково
відбудованого маршруту
в транспортній мережі



Оптимізація
трафіку на дорогах

Зміст

3



4

1

• Актуальність теми

5

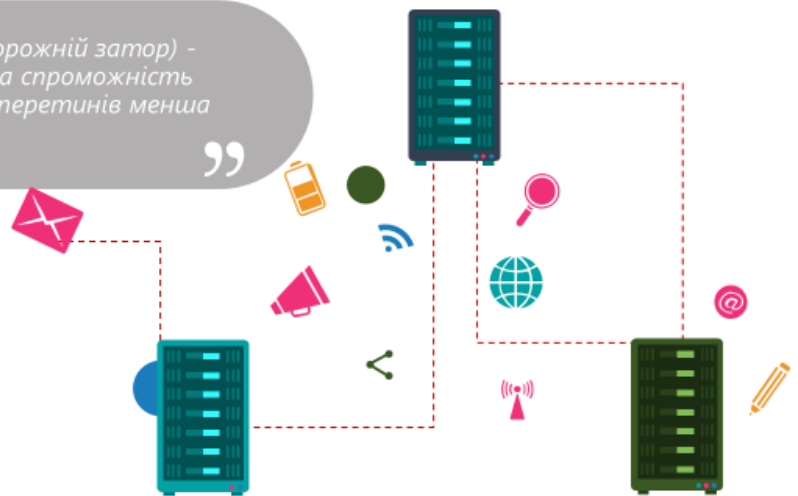
Топ-12 міст з найбільш завантаженим трафіком в світі



6

Що таке «пробка»

“Пробка (також називають дорожній затор) - стан на трасі, коли пропускна спроможність автомобільних шляхів або їх перетинів менша за необхідну.”

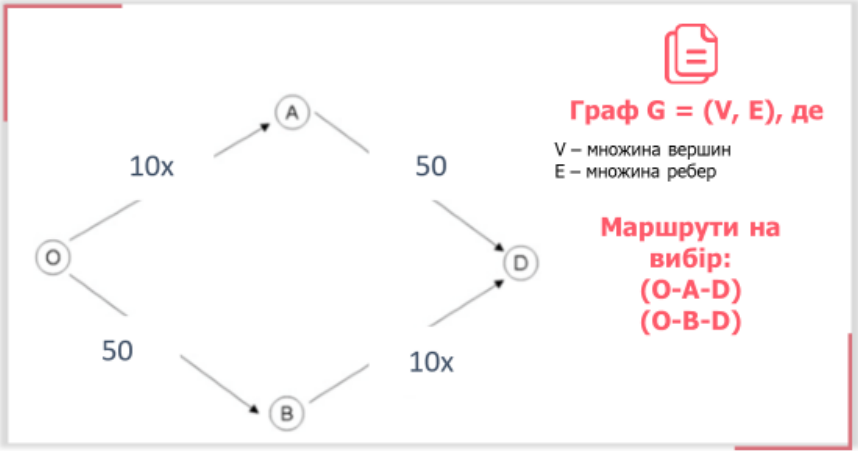




• Умови гри



Умова Гри 1



Стани
Умова ПБ
Умова 2

Умова Гри 2

9

Граф $G = (V, E)$, де
 V – множина вершин
 E – множина ребер

Маршрути на вибір:
 $(O-A-D)$
 $(O-B-D)$
 $(O-A-B-D)$

Умова 1

Стани
Умова ПБ

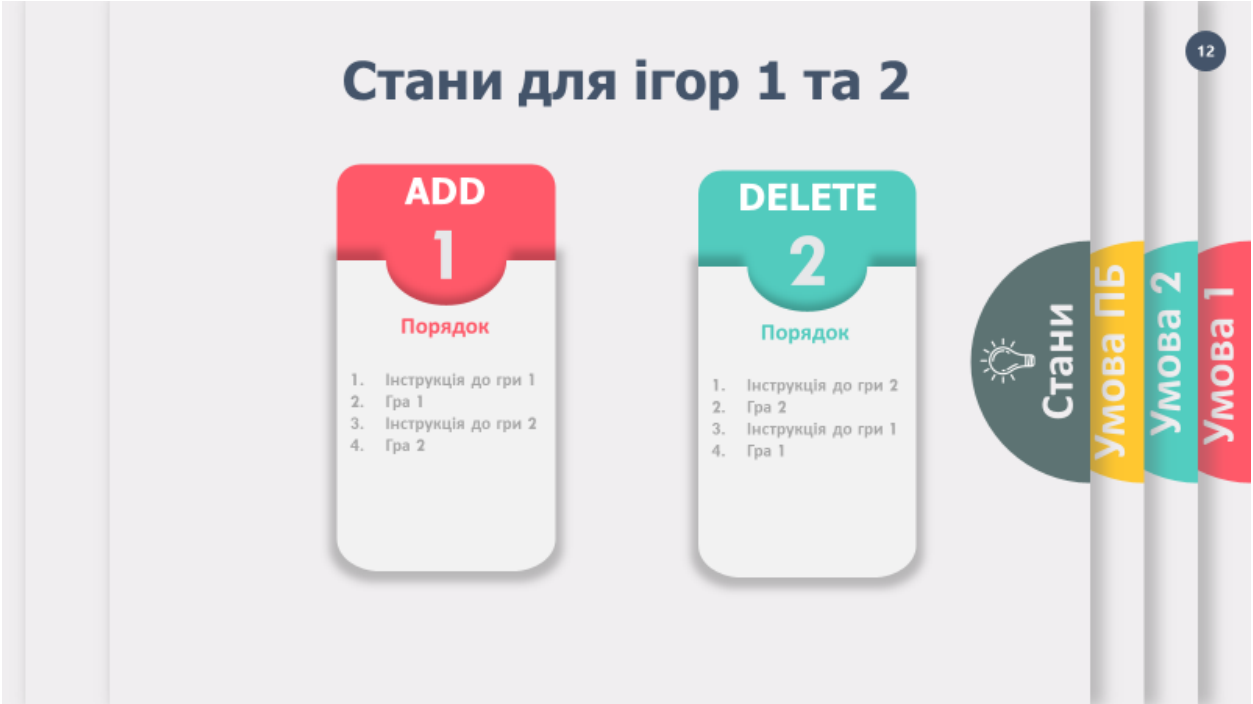
Умова для ПБ

10

- 1 Мережа G повинна мати як фіксовані, так і змінні визначені для користувача витрати
- 2 Два шляхи в базовій мережі повинні мати протилежний порядок появи ребер
- 3 Фіксовані витрати на "міст" в розширеній мережі повинні бути менше, ніж різниця в фіксованих витратах між ребрами, де переважають фіксовані витрати, і ребрами, де переважають змінні витрати.

- ✓ Нульові витрати користувачів на мості.
- ✓ Два перевантажених ребра мають ідентичні лінійні функції змінної користувацької вартості і нульову фіксовану вартість.
- ✓ Обидва ребра мають ідентичні функції з фіксованою вартістю користувача і нульовий змінної вартості.

Умова 2
Умова 1



3

- Вибірка людей для експерименту

13

Команди



01

«Дорослі»

○ Вік 35-55 р.

○ Мають водійські права



Вік 20-25 р.

Мають водійські права

Міленіали

02





• Інструкція до експерименту







• **Результати експерименту**

21

Результати до
Гри 1

**Різниця між
ADD і DELETE**

		Гра 1		
		К-сть обраних маршрутів (OAD) (з 8 ітерацій)	К-сть обраних маршрутів (OBD) (з 8 ітерацій)	К-сть змінення маршрутів
Умова				
ADD	Команда 1	3.67	4.33	2.33
	Дисперсія	2.66	2.66	2.06
DELETE	Команда 2	2.83	5.17	3.83
	Дисперсія	2.23	2.23	2.79
ADD	Команда 3	4.33	3.67	2.67
	Дисперсія	1.03	1.03	0.52
DELETE	Команда 4	4.83	3.17	3.00
	Дисперсія	2.23	2.23	1.55

Результати до
Гри 2

23

Різниця між ADD і DELETE

		Гра 2			
Умова		К-сть обраних маршрутів (OAD) (з 8 ітерацій)	К-сть обраних маршрутів (OBD) (з 8 ітерацій)	К-сть обраних маршрутів (OABD) (з 8 ітерацій)	К-сть змінення маршрутів
ADD	Команда 1	2.50	1.83	3.67	2.83
	Дисперсія	1.87	2.79	3.14	2.04
DELETE	Команда 2	3.17	1.33	3.50	2.33
	Дисперсія	2.93	1.75	2.59	1.21
ADD	Команда 3	1.83	1.50	4.67	3.17
	Дисперсія	1.47	1.64	2.73	1.94
DELETE	Команда 4	3.50	1.00	3.50	3.50
	Дисперсія	2.07	1.10	2.07	2.17

Результати до
Гри 1

24

Вибір маршрутів

		Гра 1	
Умова		К-сть обраних маршрутів (OAD) (з 6 гравців)	К-сть обраних маршрутів (OBD) (з 6 гравців)
ADD	Команда 1, 3	2.86	3.14
	Дисперсія	1.00	1.00
DELETE	Команда 2, 4	2.86	3.14
	Дисперсія	0.72	0.72
BOTH	Команда 1, 2, 3, 4	2.86	3.14
	Дисперсія	0.86	0.86
Рівновага		3	

Нехай x – кількість обраних OAD
 y – кількість обраних OBD,
 тоді умова рівноваги:

$$\begin{cases} 10x + 50 = 50 + 10y \\ x + y = 6 \end{cases}$$

Результати до
Гри 2

Вибір маршрутів

25

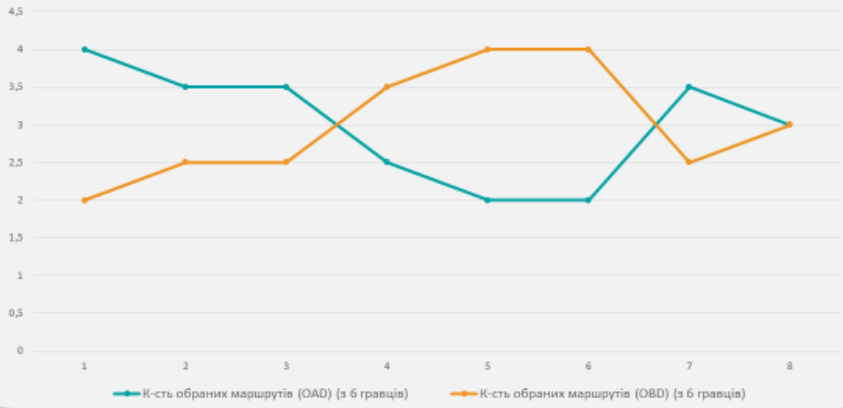
		Гра 2		
		К-сть обраних маршрутів (OAD) (з 6 гравців)	К-сть обраних маршрутів (OBD) (з 6 гравців)	К-сть обраних маршрутів (OABD) (з 6 гравців)
Умова				
ADD	Команда 1, 3	1.63	1.25	3.13
	Дисперсія	0.88	0.94	1.22
DELETE	Команда 2, 4	2.50	0.88	2.63
	Дисперсія	1.02		
BOTH	Команда 1, 2, 3, 4	2.06		
	Дисперсія	0.95		
Рівновага		1		

Нехай x – кількість обраних OAD
 y – кількість обраних OBD,
 z – кількість обраних OABD,
тоді умова рівноваги:

$$\begin{cases} 10(x + z) + 50 = 50 + 10(y + z) \\ 10(x + z) + 50 = 10(x + z) + 10(y + z) \\ x + y + z = 6 \end{cases}$$

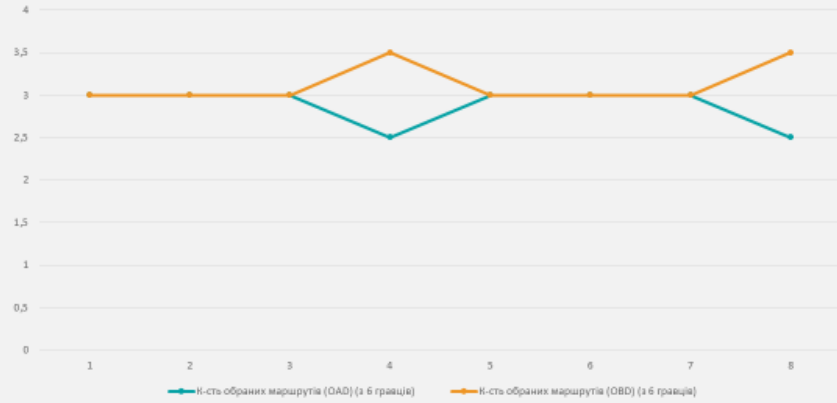

Графік вибору маршрутів
Гра 1 ADD

26



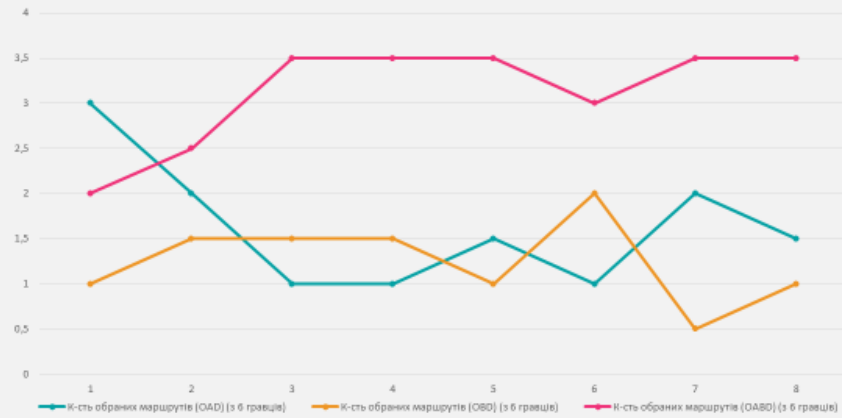
27

Графік вибору маршрутів Гра 1 DELETE

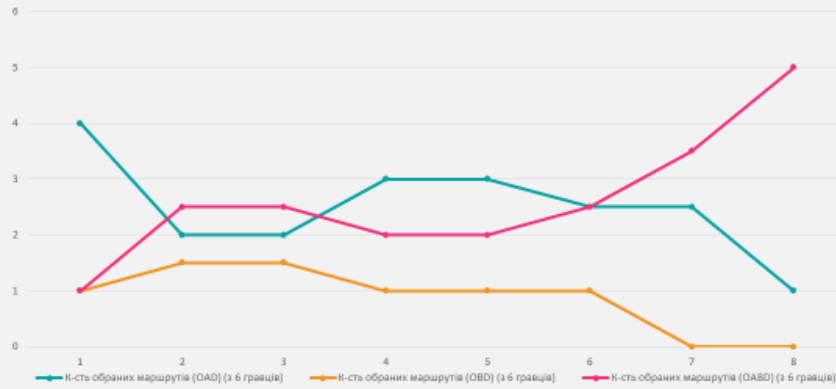


28

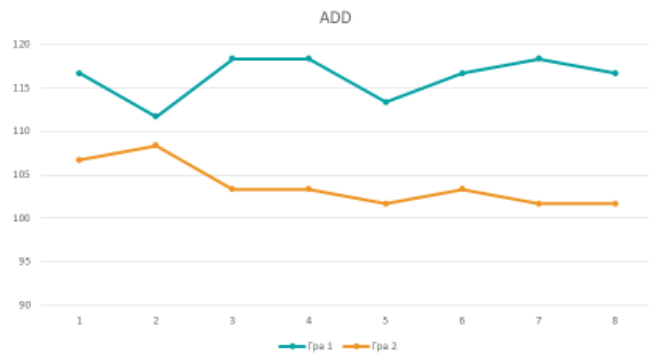
Графік вибору маршрутів Гра 2 ADD



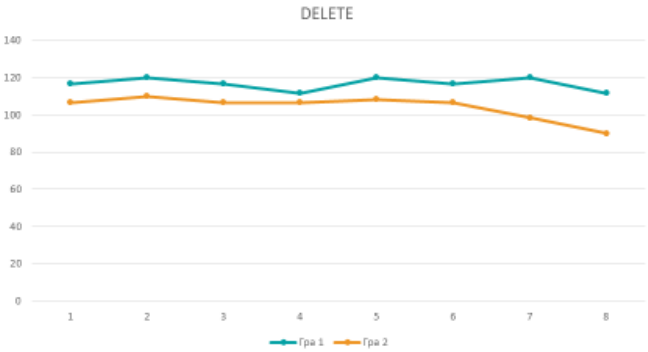
Графік вибору маршрутів Гра 2 DELETE



Заробіток залежно від зіграних ігор та ітерацій ADD



Заробіток залежно від зіграних ігор та ітерацій DELETE



Кількість змінень маршруту

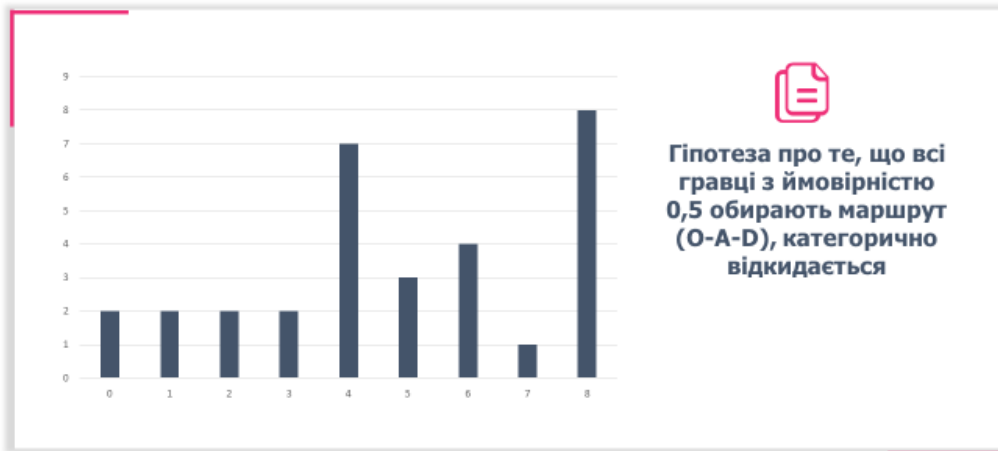


0.23
Сог для
Гри 2

0.28
Сог для Гри 1



Частота вибору маршруту OAD



6

- Модель витрат

Модель витрат - ціна за км

Друга $\Rightarrow 0$, вартість за км \Rightarrow однакове

$$Q \pm \frac{m_1 C_r C}{K(1 \pm e^{-\frac{K T}{T_0}})}$$

$$T = \min\{A, \frac{N}{K}\}$$

1

Автомобіль коштує C і помирає через N км або A років, залежно від того, що відбудеться раніше

2

r - річна процентна ставка становить.
 K - кількість км на рік
 $(K$ - коефіцієнт використання авто)
 m - змінна вартість

3

Приклад

N a6o A

**200 тис. км
або 15 років**

Залежно від того, що
відбудеться раніше

C

30 тис. дол

Вартість нового
автомобіля

r

3%

Реальна процентна ставка

30 дол/км

Змінна вартість

Ціна за км в залежності від щорічного пробігу

Щорічний пробіг	5,000	15,000	25,000	35,000	45,000	55,000	65,000	75,000
Ціна за км	79.67\$	48.20\$	46.87\$	46.32\$	46.02\$	45.83\$	45.70\$	45.61\$
Економія за км від збільшення пробігу на 10000	39.50%	2.75%	1.17%	0.65%	0.41%	0.28%	0.21%	

Висновки

